

SEGUNDO PARCIAL DE MATEMÁTICAS

1. Sean $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ y $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ dos funciones definidas por $f(x, y) = [y + x^2, \text{sen}(y^3 + x), y + x]$ y $g(x, y, z) = [e^{y+x}, 2 \cos(y^2 + x^2), 6x y^4 z, 3z]$, encuentra la matriz jacobiana

$$Jg \circ f(0, 0) = \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \\ & \end{pmatrix} \quad (2,5 \text{ puntos}).$$

2. Calcula, usando coordenadas polares, la integral

$$\iint xy dx dy$$

siendo $A = \{(x, y) : y \geq x, 1^2 \leq x^2 + y^2 \leq 4^2\}$ (2,5 puntos).

3. Demuestra la existencia o la no existencia del límite $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 + y^4}{x^2 - 2y^2}$ (2,5 puntos).

Indicación: usa las direcciones $2y^2 = x^2 + x^5$ y $2y^2 = x^2 + x^3$

4. Calcula los extremos absolutos (si existen) de $f(x, y) = x + y$ en el conjunto

$$A = \{(x, y) : 4^2 \leq x^2 + y^2 \leq 7^2, x \geq 0\} \quad (2,5 \text{ puntos}).$$