EXAMEN DE MATEMÁTICAS. SEGUNDO PARCIAL. JUNIO DE 2015

(Examen 1–102346320)

Observaciones

Los alumnos que se presentan al final deben responder a las preguntas 1,2,3,4,6 y 11.

Los alumnos que se presentan sólo al segundo parcial deben responder desde la pregunta 4 hasta la 11.

Soluciones del test

Pregunta	Opción elegida					
1	1	2	3	4	5	6
2	1	2	3	4	5	6
3	1	2	3	4	5	6
4	1	2	3	4	5	6
5	1	2	3	4	5	6
6	1	2	3	4	5	6
7	1	2	3	4	5	6

Pregunta	Opción elegida					
8	1	2	3	4	5	6
9	1	2	3	4	5	6
10	1	2	3	4	5	6
11	1	2	3	4	5	6
12	1	2	3	4	5	6
13	1	2	3	4	5	6
14	1	2	3	4	5	6

1.

Calcula la primitiva $4\int x^2\, e^{4\,x^3}\, dx$ *(1 punto).*

Elige tu solución correcta entre las siguientes:

1) $\frac{e^{4\,x^3}}{3}$

2) $\frac{e^{4\,x^3}}{6144}$

3) $\frac{e^{4\,x^3}}{768}$

4) $-\frac{e^{4\,x^3}}{768}$

5) $-\frac{e^{4\,x^3}}{3072}$

6) $-\frac{e^{4\,x^3}}{12288}$

2.

Considera la base β de $\mathbb{R}^4$, $\beta = \{[1,4,0,0]\,, [7,0,0,0]\,, [1,1,1,0]\,, [0,0,0,4]\}$ y el subespacio vectorial, V, de $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$V = \{(x,y,z,t) : z + y + 4\,x + t = 0, 7\,z + 4\,y + t = 0\}$$

(2 puntos).

Elige tu solución correcta entre las siguientes:

1) $V = \{(x,y,z,t)_\beta : 6\,z + 28\,y + 8\,x + 4\,t = 0, 11\,z + 16\,x + 4\,t = 0\}$

2) $V = \{(x,y,z,t)_\beta : 14\,z + 28\,y + 16\,x + 4\,t = 0, 19\,z + 16\,x + 4\,t = 0\}$

3) $V = \{(x,y,z,t)_\beta : 16\,z + 28\,y + 18\,x + 4\,t = 0, 21\,z + 16\,x + 4\,t = 0\}$

4) $V = \{(x,y,z,t)_\beta : 2\,z + 28\,y + 4\,x + 4\,t = 0, 7\,z + 16\,x + 4\,t = 0\}$

5) $V = \{(x,y,z,t)_\beta : 4\,z + 28\,y + 6\,x + 4\,t = 0, 9\,z + 16\,x + 4\,t = 0\}$

6) $V = \{(x, y, z, t)_\beta : 9\,z + 28\,y + 11\,x + 4\,t = 0, 14\,z + 16\,x + 4\,t = 0\}$

$\boxed{\mathbf{3}}$.

Sea $A = \begin{pmatrix} 7 & -8 & 4 \\ 4 & -5 & 4 \\ 8 & -16 & 11 \end{pmatrix}$. Encuentra matrices D (diagonal) y P tales que $D = P^{-1}AP$ *(2 puntos)*.

Elige tu solución correcta entre las siguientes:

1) $D = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$

2) $D = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

3) $D = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

4) $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & 2 & 4 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$

5) $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$

6) $D = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

$\boxed{\mathbf{4}}$. Describe el conjunto $\Omega = \{(x, y, z) : 16 \leq x^2 + y^2 \leq 49, x \leq 0, y \leq 0, -4 \leq z \leq 0\}$ en coordenadas cilíndricas y haz un dibujo de él *(1 punto)*.

Elige tu solución correcta entre las siguientes:

1) $\Omega_c = [4, 7] \times [0, 2\,\pi] \times [0, 4]$
2) $\Omega_c = [4, 7] \times \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\,\pi}{2}\right] \times [0, 4]$
3) $\Omega_c = [4, 7] \times [\pi, 2\,\pi] \times [-4, 0]$
4) $\Omega_c = [4, 7] \times \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \times [-4, 0]$
5) $\Omega_c = [4, 7] \times \left[\pi, \frac{3\,\pi}{2}\right] \times [-4, 0]$
6) $\Omega_c = [4, 7] \times [0, \pi] \times [0, 4]$

$\boxed{\mathbf{5}}$.

Calcula el volumen limitado en el interior del cilindro $x^2 + y^2 = 9$ y también de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 36$ *(2 puntos)*.

Elige tu solución correcta entre las siguientes:

1) 317.1077
2) 317.1477
3) 317.1577
4) 317.0577
5) 317.0677
6) 317.0777

$\boxed{\mathbf{6}}$.

Calcula la integral $\iiint_\Omega x dx dy dz$ donde Ω es el tetraedro limitado por los planos coordenados y el plano $3x + 3y + 4z = 36$ *(2 puntos)*.

Elige tu solución correcta entre las siguientes:

1) 648.03
2) 648.04
3) 648.05
4) 647.96
5) 647.98
6) 648.0

7.

Sea $f(x,y,z) = \left[11\,z + 7\,y^2 + 4\,x^2, \frac{z+11}{4\,y^2+5\,x^2+1}\right]$. Calcula $Jf(0,0,0)$ *(0,5 puntos).*

Elige tu solución correcta entre las siguientes:

1) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 11 \\ -3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$
2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 11 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$
3) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
4) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 11 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
5) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 11 \\ -1 & -3 & -3 \end{pmatrix}$
6) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 11 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

8.

Sea $g(x,y) = \left[\frac{4\,x}{y+1}, \frac{5\,y}{x+1}, 7\,y + 11\,x\right]$. Calcula $Jg(0,11)$ *(0,5 puntos).*

Elige tu solución correcta entre las siguientes:

1) $\begin{pmatrix} -\frac{8}{3} & -4 \\ -57 & 4 \\ 11 & 7 \end{pmatrix}$
2) $\begin{pmatrix} \frac{10}{3} & 4 \\ -52 & 9 \\ 11 & 7 \end{pmatrix}$
3) $\begin{pmatrix} -\frac{11}{3} & -1 \\ -56 & 2 \\ 11 & 7 \end{pmatrix}$
4) $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ -55 & 5 \\ 11 & 7 \end{pmatrix}$
5) $\begin{pmatrix} -\frac{5}{3} & -2 \\ -59 & 3 \\ 11 & 7 \end{pmatrix}$
6) $\begin{pmatrix} \frac{10}{3} & 4 \\ -54 & 8 \\ 11 & 7 \end{pmatrix}$

9.

Calcula $Jg \circ f(0,0,0)$ *(1 punto).*

Elige tu solución correcta entre las siguientes:

1) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{11}{3} \\ 0 & 0 & -600 \\ 0 & 0 & 128 \end{pmatrix}$
2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{20}{3} \\ 1 & 0 & -599 \\ 0 & 0 & 131 \end{pmatrix}$
3) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{2}{3} \\ -1 & 0 & -604 \\ 0 & 0 & 124 \end{pmatrix}$
4) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{14}{3} \\ 1 & 0 & -599 \\ 0 & 0 & 129 \end{pmatrix}$
5) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{8}{3} \\ -1 & 0 & -603 \\ 0 & 0 & 126 \end{pmatrix}$
6) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{17}{3} \\ 1 & 0 & -598 \\ 0 & 0 & 130 \end{pmatrix}$

10.

Dada la función $f(x,y) = \operatorname{sen}(y + 3\,x) + e^{11\,y} + 3\,x^2\,y^2 + e^{8\,x^2}$, haz el siguiente cálculo:

$$\frac{d^4}{d\,x^2\,d\,y^2}\,f\,(x,y) + \frac{d^2}{d\,x\,d\,y}\,f\,(x,y) \qquad \textit{(1 punto).}$$

Elige tu solución correcta entre las siguientes:

1) $6\,\mathrm{sen}\,(y+3\,x)+12\,x\,y+11$
2) $6\,\mathrm{sen}\,(y+3\,x)+12\,x\,y+14$
3) $6\,\mathrm{sen}\,(y+3\,x)+12\,x\,y+16$
4) $6\,\mathrm{sen}\,(y+3\,x)+12\,x\,y+12$
5) $6\,\mathrm{sen}\,(y+3\,x)+12\,x\,y+9$
6) $6\,\mathrm{sen}\,(y+3\,x)+12\,x\,y+10$

11.

En este ejercicio tratamos de investigar cuáles son los puntos más cercanos y lejanos al origen situados en la intersección (compacta) del plano $x+y+z=4$ y el cilindro $x^2+y^2=16$. La aplicación del teorema de Wierstrass nos da la existencia de máximos y mínimos absolutos, en concreto el máximo absoluto es $\left[2^{\frac{3}{2}}, 2^{\frac{3}{2}}, 4\left(\sqrt{2}+1\right)\right]$ y los mínimos absolutos son $[4,0,0]$ y $[0,4,0]$. Sin embargo existe otro extremo relativo que se pide calcular y justificar si es máximo o mínimo *(2 puntos)*.

Elige tu solución correcta entre las siguientes:

1) $[2.8184, 2.8184, -1.6669]$
2) $[2.8484, 2.8484, -1.6369]$
3) $[2.8684, 2.8684, -1.6169]$
4) $[2.7784, 2.7784, -1.7069]$
5) $[2.8284, 2.8284, -1.6569]$
6) $[2.7984, 2.7984, -1.6869]$