EJERCICIOS SOBRE OPERACIONES CON NÚMEROS COMPLEJOS

1. Dados los números complejos

$$z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}1 + \frac{\sqrt{2}}{2}1i \text{ y } z_2 = 1 + 1\sqrt{3}i$$

se pide calcular las siguientes operaciones:

   a) $\sqrt[4]{z_1}$
   Solución:
   $\sqrt[4]{z_1} = \sqrt[4]{\frac{\sqrt{2}}{2}1 + \frac{\sqrt{2}}{2}1i} = \sqrt[4]{1e^{i(\frac{\pi}{4}+2k\pi)}} = 1e^{i(\frac{\pi}{16}+\frac{k\pi}{2})}$, así que las raíces cuartas de $\frac{\sqrt{2}}{2}1+\frac{\sqrt{2}}{2}1i$ son:

$$1e^{\frac{i\pi}{16}},\ 1e^{\frac{i9\pi}{16}},\ 1e^{\frac{i17\pi}{16}},\ 1e^{\frac{i25\pi}{16}},$$

   b) $\sqrt[3]{z_2}$
   Solución:
   $\sqrt[3]{z_2} = \sqrt[3]{1 + 1\sqrt{3}i} = \sqrt[3]{2 \cdot 1e^{i(\frac{\pi}{3}+2k\pi)}} = \sqrt[3]{2}1e^{i(\frac{\pi}{9}+\frac{2k\pi}{3})}$, así que las raíces son:

$$\sqrt[3]{2} \cdot 1e^{\frac{i\pi}{9}},\ \sqrt[3]{2} \cdot 1e^{\frac{i7\pi}{9}},\ \sqrt[3]{2} \cdot 1e^{\frac{i13\pi}{9}},$$

2. Factoriza el polinomio $p(x) = x^4 - 1x^2 + 1$.
   Solución:
   La ecuación es bicuadrática y se resuelve haciendo el cambio de variable $z = x^2$ obteniendo como raíces

$$x_1 = 1e^{i\frac{\pi}{6}},\ x_2 = \overline{x_1} = 1e^{i\frac{11\pi}{6}},\ x_3 = 1e^{i\frac{5\pi}{6}},\ x_4 = \overline{x_3} = 1e^{i\frac{7\pi}{6}}$$

   Así que:

$$p(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = (x^2 - 1\sqrt{3}x + 1)(x^2 + 1\sqrt{3}x + 1).$$

3. Factoriza el polinomio $p(x) = x^4 + 1$.
   Solución:
   Buscamos las raíces de la ecuación $x^4 = -1$, es decir, $x = \sqrt[4]{-1} = \sqrt[4]{1e^{i(\pi+2k\pi)}}$. Así que las raíces son:

$$x_1 = 1e^{i\frac{\pi}{4}},\ x_2 = \overline{x_1} = 1e^{i\frac{7\pi}{4}},\ x_3 = 1e^{i\frac{3\pi}{4}},\ x_4 = \overline{x_3} = 1e^{i\frac{5\pi}{4}}$$

   Por lo tanto:

$$p(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = (x^2 - 2 \cdot 1\frac{\sqrt{2}}{2}x + 1)(x^2 + 2 \cdot 1\frac{\sqrt{2}}{2}x + 1).$$

4. Dados los números complejos

$$w_1 = 1 + 1\sqrt{3}i,\ w_2 = 1 + 1i,\ w_3 = 2e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$$

   se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.
Solución:

$$w_1 = 2e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 1\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4
Solución:

$$w_3 = 1\sqrt{2} + i1\sqrt{2},\ w_4 = \frac{2\sqrt{3}}{2} + \frac{2}{2}i$$

c) $\frac{(w_1 w_2)^6}{-w_3^4 i}$
Solución:
- 32

d) $\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4 \frac{w_1^2 w_2^6}{i}$
Solución:
- 32

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.
Solución:

$$\sqrt[5]{2}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{2}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{2}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{2}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{2}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.
Solución:
$2\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 2e^{i\frac{25\pi}{6}} = 2e^{i\frac{\pi}{6}} = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right).$

5. Dados los números complejos

$$z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}1296 + \frac{\sqrt{2}}{2}1296i \text{ y } z_2 = 216 + 216\sqrt{3}i$$

se pide calcular las siguientes operaciones:

a) $\sqrt[4]{z_1}$
Solución:
$\sqrt[4]{z_1} = \sqrt[4]{\frac{\sqrt{2}}{2}1296 + \frac{\sqrt{2}}{2}1296i} = \sqrt[4]{1296e^{i(\frac{\pi}{4}+2k\pi)}} = 6e^{i(\frac{\pi}{16}+\frac{k\pi}{2})}$, así que las raíces cuartas de $\frac{\sqrt{2}}{2}1296 + \frac{\sqrt{2}}{2}1296i$ son:

$$6e^{\frac{i\pi}{16}},\ 6e^{\frac{i9\pi}{16}},\ 6e^{\frac{i17\pi}{16}},\ 6e^{\frac{i25\pi}{16}},$$

b) $\sqrt[3]{z_2}$
Solución:
$\sqrt[3]{z_2} = \sqrt[3]{216 + 216\sqrt{3}i} = \sqrt[3]{2 \cdot 216e^{i(\frac{\pi}{3}+2k\pi)}} = \sqrt[3]{2}6e^{i(\frac{\pi}{9}+\frac{2k\pi}{3})}$, así que las raíces son:

$$\sqrt[3]{2} \cdot 6e^{\frac{i\pi}{9}},\ \sqrt[3]{2} \cdot 6e^{\frac{i7\pi}{9}},\ \sqrt[3]{2} \cdot 6e^{\frac{i13\pi}{9}},$$

6. Factoriza el polinomio $p(x) = x^4 - 36x^2 + 1296$.

   Solución:

   La ecuación es bicuadrática y se resuelve haciendo el cambio de variable $z = x^2$ obteniendo como raíces
   $$x_1 = 6e^{i\frac{\pi}{6}},\ x_2 = \overline{x_1} = 6e^{i\frac{11\pi}{6}},\ x_3 = 6e^{i\frac{5\pi}{6}},\ x_4 = \overline{x_3} = 6e^{i\frac{7\pi}{6}}$$

   Así que:
   $$p(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = (x^2 - 6\sqrt{3}x + 36)(x^2 + 6\sqrt{3}x + 36).$$

7. Factoriza el polinomio $p(x) = x^4 + 1296$.

   Solución:

   Buscamos las raíces de la ecuación $x^4 = -1296$, es decir, $x = \sqrt[4]{-1296} = \sqrt[4]{1296e^{i(\pi+2k\pi)}}$. Así que las raíces son:
   $$x_1 = 6e^{i\frac{\pi}{4}},\ x_2 = \overline{x_1} = 6e^{i\frac{7\pi}{4}},\ x_3 = 6e^{i\frac{3\pi}{4}},\ x_4 = \overline{x_3} = 6e^{i\frac{5\pi}{4}}$$

   Por lo tanto:
   $$p(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = (x^2 - 2 \cdot 6\frac{\sqrt{2}}{2}x + 36)(x^2 + 2 \cdot 6\frac{\sqrt{2}}{2}x + 36).$$

8. Dados los números complejos
   $$w_1 = 2 + 2\sqrt{3}i,\ w_2 = 2 + 2i,\ w_3 = 8e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 4e^{i\frac{\pi}{6}}$$

   se pide:

   a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.

   Solución:
   $$w_1 = 4e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

   b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4

   Solución:
   $$w_3 = 4\sqrt{2} + i4\sqrt{2},\ w_4 = \frac{4\sqrt{3}}{2} + \frac{4}{2}i$$

   c) $\frac{(w_1 w_2)^6}{-w_3^4 i}$

   Solución:

   \- 512

   d) $\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4 \frac{w_1^2 w_2^6}{i}$

   Solución:

   \- 512

   e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.

   Solución:
   $$\sqrt[5]{4}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{4}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{4}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{4}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{4}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.

Solución:

$4e^{i\frac{125\pi}{30}} = 4e^{i\frac{25\pi}{6}} = 4e^{i\frac{\pi}{6}} = 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right).$

9. Dados los números complejos

$$z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}256 + \frac{\sqrt{2}}{2}256i \text{ y } z_2 = 64 + 64\sqrt{3}i$$

se pide calcular las siguientes operaciones:

a) $\sqrt[4]{z_1}$

Solución:

$\sqrt[4]{z_1} = \sqrt[4]{\frac{\sqrt{2}}{2}256 + \frac{\sqrt{2}}{2}256i} = \sqrt[4]{256e^{i(\frac{\pi}{4}+2k\pi)}} = 4e^{i(\frac{\pi}{16}+\frac{k\pi}{2})}$, así que las raíces cuartas de $\frac{\sqrt{2}}{2}256 + \frac{\sqrt{2}}{2}256i$ son:

$$4e^{\frac{i\pi}{16}},\ 4e^{\frac{i9\pi}{16}},\ 4e^{\frac{i17\pi}{16}},\ 4e^{\frac{i25\pi}{16}},$$

b) $\sqrt[3]{z_2}$

Solución:

$\sqrt[3]{z_2} = \sqrt[3]{64 + 64\sqrt{3}i} = \sqrt[3]{2 \cdot 64e^{i(\frac{\pi}{3}+2k\pi)}} = \sqrt[3]{2}4e^{i(\frac{\pi}{9}+\frac{2k\pi}{3})}$, así que las raíces son:

$$\sqrt[3]{2} \cdot 4e^{\frac{i\pi}{9}},\ \sqrt[3]{2} \cdot 4e^{\frac{i7\pi}{9}},\ \sqrt[3]{2} \cdot 4e^{\frac{i13\pi}{9}},$$

10. Factoriza el polinomio $p(x) = x^4 - 16x^2 + 256$.

Solución:

La ecuación es bicuadrática y se resuelve haciendo el cambio de variable $z = x^2$ obteniendo como raíces

$$x_1 = 4e^{i\frac{\pi}{6}},\ x_2 = \overline{x_1} = 4e^{i\frac{11\pi}{6}},\ x_3 = 4e^{i\frac{5\pi}{6}},\ x_4 = \overline{x_3} = 4e^{i\frac{7\pi}{6}}$$

Así que:

$$p(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = (x^2 - 4\sqrt{3}x + 16)(x^2 + 4\sqrt{3}x + 16).$$

11. Factoriza el polinomio $p(x) = x^4 + 256$.

Solución:

Buscamos las raíces de la ecuación $x^4 = -256$, es decir, $x = \sqrt[4]{-256} = \sqrt[4]{256e^{i(\pi+2k\pi)}}$. Así que las raíces son:

$$x_1 = 4e^{i\frac{\pi}{4}},\ x_2 = \overline{x_1} = 4e^{i\frac{7\pi}{4}},\ x_3 = 4e^{i\frac{3\pi}{4}},\ x_4 = \overline{x_3} = 4e^{i\frac{5\pi}{4}}$$

Por lo tanto:

$$p(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = (x^2 - 2 \cdot 4\frac{\sqrt{2}}{2}x + 16)(x^2 + 2 \cdot 4\frac{\sqrt{2}}{2}x + 16).$$

12. Dados los números complejos

$$w_1 = 3 + 3\sqrt{3}i,\ w_2 = 3 + 3i,\ w_3 = 18e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 6e^{i\frac{\pi}{6}}$$

se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.
Solución:

$$w_1 = 6e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 3\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4
Solución:

$$w_3 = 9\sqrt{2} + i9\sqrt{2},\ w_4 = \frac{6\sqrt{3}}{2} + \frac{6}{2}i$$

c) $\frac{(w_1w_2)^6}{-w_3^4 i}$
Solución:
-        2592

d) $\overline{\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4 \frac{w_1^2 w_2^6}{i}}$
Solución:
-        2592

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.
Solución:

$$\sqrt[5]{6}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{6}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{6}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{6}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{6}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.
Solución:
$6\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 6e^{i\frac{25\pi}{6}} = 6e^{i\frac{\pi}{6}} = 6\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)$.

13. Dados los números complejos

$$z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}16 + \frac{\sqrt{2}}{2}16i \text{ y } z_2 = 8 + 8\sqrt{3}i$$

se pide calcular las siguientes operaciones:

a) $\sqrt[4]{z_1}$
Solución:
$\sqrt[4]{z_1} = \sqrt[4]{\frac{\sqrt{2}}{2}16 + \frac{\sqrt{2}}{2}16i} = \sqrt[4]{16e^{i(\frac{\pi}{4}+2k\pi)}} = 2e^{i(\frac{\pi}{16}+\frac{k\pi}{2})}$, así que las raíces cuartas de $\frac{\sqrt{2}}{2}16 +$ $\frac{\sqrt{2}}{2}16i$ son:

$$2e^{\frac{i\pi}{16}},\ 2e^{\frac{i9\pi}{16}},\ 2e^{\frac{i17\pi}{16}},\ 2e^{\frac{i25\pi}{16}},$$

b) $\sqrt[3]{z_2}$
Solución:
$\sqrt[3]{z_2} = \sqrt[3]{8 + 8\sqrt{3}i} = \sqrt[3]{2 \cdot 8e^{i(\frac{\pi}{3}+2k\pi)}} = \sqrt[3]{2}2e^{i(\frac{\pi}{9}+\frac{2k\pi}{3})}$, así que las raíces son:

$$\sqrt[3]{2} \cdot 2e^{\frac{i\pi}{9}},\ \sqrt[3]{2} \cdot 2e^{\frac{i7\pi}{9}},\ \sqrt[3]{2} \cdot 2e^{\frac{i13\pi}{9}},$$

14. Factoriza el polinomio $p(x) = x^4 - 4x^2 + 16$.

Solución:

La ecuación es bicuadrática y se resuelve haciendo el cambio de variable $z = x^2$ obteniendo como raíces

$$x_1 = 2e^{i\frac{\pi}{6}},\ x_2 = \overline{x_1} = 2e^{i\frac{11\pi}{6}},\ x_3 = 2e^{i\frac{5\pi}{6}},\ x_4 = \overline{x_3} = 2e^{i\frac{7\pi}{6}}$$

Así que:

$$p(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = (x^2 - 2\sqrt{3}x + 4)(x^2 + 2\sqrt{3}x + 4).$$

15. Factoriza el polinomio $p(x) = x^4 + 16$.

Solución:

Buscamos las raíces de la ecuación $x^4 = -16$, es decir, $x = \sqrt[4]{-16} = \sqrt[4]{16e^{i(\pi+2k\pi)}}$. Así que las raíces son:

$$x_1 = 2e^{i\frac{\pi}{4}},\ x_2 = \overline{x_1} = 2e^{i\frac{7\pi}{4}},\ x_3 = 2e^{i\frac{3\pi}{4}},\ x_4 = \overline{x_3} = 2e^{i\frac{5\pi}{4}}$$

Por lo tanto:

$$p(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = (x^2 - 2\cdot 2\frac{\sqrt{2}}{2}x + 4)(x^2 + 2\cdot 2\frac{\sqrt{2}}{2}x + 4).$$

16. Dados los números complejos

$$w_1 = 4 + 4\sqrt{3}i,\ w_2 = 4 + 4i,\ w_3 = 32e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 8e^{i\frac{\pi}{6}}$$

se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.

Solución:

$$w_1 = 8e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 4\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4

Solución:

$$w_3 = 16\sqrt{2} + i16\sqrt{2},\ w_4 = \frac{8\sqrt{3}}{2} + \frac{8}{2}i$$

c) $\frac{(w_1 w_2)^6}{-w_3^4 i}$

Solución:

\- 8192

d) $\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4 \overline{\frac{w_1^2 w_2^6}{i}}$

Solución:

\- 8192

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.

Solución:

$$\sqrt[5]{8}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{8}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{8}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{8}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{8}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.
Solución:
$8\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 8e^{i\frac{25\pi}{6}} = 8e^{i\frac{\pi}{6}} = 8\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right).$

17. Dados los números complejos

$$z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}2401 + \frac{\sqrt{2}}{2}2401i \text{ y } z_2 = 343 + 343\sqrt{3}i$$

se pide calcular las siguientes operaciones:

a) $\sqrt[4]{z_1}$
Solución:
$\sqrt[4]{z_1} = \sqrt[4]{\frac{\sqrt{2}}{2}2401 + \frac{\sqrt{2}}{2}2401i} = \sqrt[4]{2401e^{i(\frac{\pi}{4}+2k\pi)}} = 7e^{i(\frac{\pi}{16}+\frac{k\pi}{2})}$, así que las raíces cuartas de $\frac{\sqrt{2}}{2}2401 + \frac{\sqrt{2}}{2}2401i$ son:

$$7e^{\frac{i\pi}{16}},\ 7e^{\frac{i9\pi}{16}},\ 7e^{\frac{i17\pi}{16}},\ 7e^{\frac{i25\pi}{16}},$$

b) $\sqrt[3]{z_2}$
Solución:
$\sqrt[3]{z_2} = \sqrt[3]{343 + 343\sqrt{3}i} = \sqrt[3]{2 \cdot 343e^{i(\frac{\pi}{3}+2k\pi)}} = \sqrt[3]{2}7e^{i(\frac{\pi}{9}+\frac{2k\pi}{3})}$, así que las raíces son:

$$\sqrt[3]{2} \cdot 7e^{\frac{i\pi}{9}},\ \sqrt[3]{2} \cdot 7e^{\frac{i7\pi}{9}},\ \sqrt[3]{2} \cdot 7e^{\frac{i13\pi}{9}},$$

18. Factoriza el polinomio $p(x) = x^4 - 49x^2 + 2401$.
Solución:
La ecuación es bicuadrática y se resuelve haciendo el cambio de variable $z = x^2$ obteniendo como raíces

$$x_1 = 7e^{i\frac{\pi}{6}},\ x_2 = \overline{x_1} = 7e^{i\frac{11\pi}{6}},\ x_3 = 7e^{i\frac{5\pi}{6}},\ x_4 = \overline{x_3} = 7e^{i\frac{7\pi}{6}}$$

Así que:

$$p(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = (x^2 - 7\sqrt{3}x + 49)(x^2 + 7\sqrt{3}x + 49).$$

19. Factoriza el polinomio $p(x) = x^4 + 2401$.
Solución:
Buscamos las raíces de la ecuación $x^4 = -2401$, es decir, $x = \sqrt[4]{-2401} = \sqrt[4]{2401e^{i(\pi+2k\pi)}}$. Así que las raíces son:

$$x_1 = 7e^{i\frac{\pi}{4}},\ x_2 = \overline{x_1} = 7e^{i\frac{7\pi}{4}},\ x_3 = 7e^{i\frac{3\pi}{4}},\ x_4 = \overline{x_3} = 7e^{i\frac{5\pi}{4}}$$

Por lo tanto:

$$p(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = (x^2 - 2 \cdot 7\frac{\sqrt{2}}{2}x + 49)(x^2 + 2 \cdot 7\frac{\sqrt{2}}{2}x + 49).$$

20. Dados los números complejos

$$w_1 = 5 + 5\sqrt{3}i,\ w_2 = 5 + 5i,\ w_3 = 50e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 10e^{i\frac{\pi}{6}}$$

se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.
Solución:

$$w_1 = 10e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 5\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4
Solución:

$$w_3 = 25\sqrt{2} + i25\sqrt{2},\ w_4 = \frac{10\sqrt{3}}{2} + \frac{10}{2}i$$

c) $\frac{(w_1 w_2)^6}{-w_3^4 i}$
Solución:
- 20000

d) $\overline{\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4 \frac{w_1^2 w_2^6}{i}}$
Solución:
- 20000

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.
Solución:

$$\sqrt[5]{10}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{10}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{10}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{10}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{10}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.
Solución:
$10\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 10e^{i\frac{25\pi}{6}} = 10e^{i\frac{\pi}{6}} = 10\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)$.

21. Dados los números complejos

$$z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}625 + \frac{\sqrt{2}}{2}625i \text{ y } z_2 = 125 + 125\sqrt{3}i$$

se pide calcular las siguientes operaciones:

a) $\sqrt[4]{z_1}$
Solución:
$\sqrt[4]{z_1} = \sqrt[4]{\frac{\sqrt{2}}{2}625 + \frac{\sqrt{2}}{2}625i} = \sqrt[4]{625e^{i(\frac{\pi}{4}+2k\pi)}} = 5e^{i(\frac{\pi}{16}+\frac{k\pi}{2})}$, así que las raíces cuartas de $\frac{\sqrt{2}}{2}625 + \frac{\sqrt{2}}{2}625i$ son:

$$5e^{\frac{i\pi}{16}},\ 5e^{\frac{i9\pi}{16}},\ 5e^{\frac{i17\pi}{16}},\ 5e^{\frac{i25\pi}{16}},$$

b) $\sqrt[3]{z_2}$
Solución:
$\sqrt[3]{z_2} = \sqrt[3]{125 + 125\sqrt{3}i} = \sqrt[3]{2 \cdot 125e^{i(\frac{\pi}{3}+2k\pi)}} = \sqrt[3]{2}5e^{i(\frac{\pi}{9}+\frac{2k\pi}{3})}$, así que las raíces son:

$$\sqrt[3]{2} \cdot 5e^{\frac{i\pi}{9}},\ \sqrt[3]{2} \cdot 5e^{\frac{i7\pi}{9}},\ \sqrt[3]{2} \cdot 5e^{\frac{i13\pi}{9}},$$

22. Factoriza el polinomio $p(x) = x^4 - 25x^2 + 625$.

    <u>Solución:</u>

    La ecuación es bicuadrática y se resuelve haciendo el cambio de variable $z = x^2$ obteniendo como raíces

    $$x_1 = 5e^{i\frac{\pi}{6}},\ x_2 = \overline{x_1} = 5e^{i\frac{11\pi}{6}},\ x_3 = 5e^{i\frac{5\pi}{6}},\ x_4 = \overline{x_3} = 5e^{i\frac{7\pi}{6}}$$

    Así que:

    $$p(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = (x^2 - 5\sqrt{3}x + 25)(x^2 + 5\sqrt{3}x + 25).$$

23. Factoriza el polinomio $p(x) = x^4 + 625$.

    <u>Solución:</u>

    Buscamos las raíces de la ecuación $x^4 = -625$, es decir, $x = \sqrt[4]{-625} = \sqrt[4]{625e^{i(\pi+2k\pi)}}$. Así que las raíces son:

    $$x_1 = 5e^{i\frac{\pi}{4}},\ x_2 = \overline{x_1} = 5e^{i\frac{7\pi}{4}},\ x_3 = 5e^{i\frac{3\pi}{4}},\ x_4 = \overline{x_3} = 5e^{i\frac{5\pi}{4}}$$

    Por lo tanto:

    $$p(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = (x^2 - 2\cdot 5\frac{\sqrt{2}}{2}x + 25)(x^2 + 2\cdot 5\frac{\sqrt{2}}{2}x + 25).$$

24. Dados los números complejos

    $$w_1 = 6 + 6\sqrt{3}i,\ w_2 = 6 + 6i,\ w_3 = 72e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 12e^{i\frac{\pi}{6}}$$

    se pide:

    a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.

    <u>Solución:</u>

    $$w_1 = 12e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 6\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

    b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4

    <u>Solución:</u>

    $$w_3 = 36\sqrt{2} + i36\sqrt{2},\ w_4 = \frac{12\sqrt{3}}{2} + \frac{12}{2}i$$

    c) $\frac{(w_1w_2)^6}{-w_3^4 i}$

    <u>Solución:</u>

    \- 41472

    d) $\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4 \frac{w_1^2 w_2^6}{i}$

    <u>Solución:</u>

    \- 41472

    e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.

    <u>Solución:</u>

    $$\sqrt[5]{12}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{12}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{12}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{12}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{12}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.

Solución:

$12\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 12e^{i\frac{25\pi}{6}} = 12e^{i\frac{\pi}{6}} = 12\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right).$

25. Dados los números complejos

$$z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}81 + \frac{\sqrt{2}}{2}81i \text{ y } z_2 = 27 + 27\sqrt{3}i$$

se pide calcular las siguientes operaciones:

a) $\sqrt[4]{z_1}$

Solución:

$\sqrt[4]{z_1} = \sqrt[4]{\frac{\sqrt{2}}{2}81 + \frac{\sqrt{2}}{2}81i} = \sqrt[4]{81e^{i(\frac{\pi}{4}+2k\pi)}} = 3e^{i(\frac{\pi}{16}+\frac{k\pi}{2})}$, así que las raíces cuartas de $\frac{\sqrt{2}}{2}81 + \frac{\sqrt{2}}{2}81i$ son:

$$3e^{\frac{i\pi}{16}},\ 3e^{\frac{i9\pi}{16}},\ 3e^{\frac{i17\pi}{16}},\ 3e^{\frac{i25\pi}{16}},$$

b) $\sqrt[3]{z_2}$

Solución:

$\sqrt[3]{z_2} = \sqrt[3]{27 + 27\sqrt{3}i} = \sqrt[3]{2 \cdot 27e^{i(\frac{\pi}{3}+2k\pi)}} = \sqrt[3]{2}3e^{i(\frac{\pi}{9}+\frac{2k\pi}{3})}$, así que las raíces son:

$$\sqrt[3]{2}\cdot 3e^{\frac{i\pi}{9}},\ \sqrt[3]{2}\cdot 3e^{\frac{i7\pi}{9}},\ \sqrt[3]{2}\cdot 3e^{\frac{i13\pi}{9}},$$

26. Factoriza el polinomio $p(x) = x^4 - 9x^2 + 81$.

Solución:

La ecuación es bicuadrática y se resuelve haciendo el cambio de variable $z = x^2$ obteniendo como raíces

$$x_1 = 3e^{i\frac{\pi}{6}},\ x_2 = \overline{x_1} = 3e^{i\frac{11\pi}{6}},\ x_3 = 3e^{i\frac{5\pi}{6}},\ x_4 = \overline{x_3} = 3e^{i\frac{7\pi}{6}}$$

Así que:

$$p(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = (x^2 - 3\sqrt{3}x + 9)(x^2 + 3\sqrt{3}x + 9).$$

27. Factoriza el polinomio $p(x) = x^4 + 81$.

Solución:

Buscamos las raíces de la ecuación $x^4 = -81$, es decir, $x = \sqrt[4]{-81} = \sqrt[4]{81e^{i(\pi+2k\pi)}}$. Así que las raíces son:

$$x_1 = 3e^{i\frac{\pi}{4}},\ x_2 = \overline{x_1} = 3e^{i\frac{7\pi}{4}},\ x_3 = 3e^{i\frac{3\pi}{4}},\ x_4 = \overline{x_3} = 3e^{i\frac{5\pi}{4}}$$

Por lo tanto:

$$p(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = (x^2 - 2\cdot 3\frac{\sqrt{2}}{2}x + 9)(x^2 + 2\cdot 3\frac{\sqrt{2}}{2}x + 9).$$

28. Dados los números complejos

$$w_1 = 7 + 7\sqrt{3}i,\ w_2 = 7 + 7i,\ w_3 = 98e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 14e^{i\frac{\pi}{6}}$$

se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.
Solución:

$$w_1 = 14e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 7\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4
Solución:

$$w_3 = 49\sqrt{2} + i49\sqrt{2},\ w_4 = \frac{14\sqrt{3}}{2} + \frac{14}{2}i$$

c) $\frac{(w_1w_2)^6}{-w_3^4 i}$
Solución:
- 76832

d) $\overline{\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4 \frac{w_1^2w_2^6}{i}}$
Solución:
- 76832

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.
Solución:

$$\sqrt[5]{14}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{14}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{14}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{14}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{14}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.
Solución:
$14\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 14e^{i\frac{25\pi}{6}} = 14e^{i\frac{\pi}{6}} = 14\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)$.

29. Dados los números complejos

$$w_1 = 1 + 1\sqrt{3}i,\ w_2 = 2 + 2i,\ w_3 = 4e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 3e^{i\frac{\pi}{6}}$$

se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.
Solución:

$$w_1 = 2e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4
Solución:

$$w_3 = 2\sqrt{2} + i2\sqrt{2},\ w_4 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$$

c) $\frac{(w_1w_2)^6}{-w_3^4 i}$
Solución:
- 128

d) $\overline{\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4}\frac{\overline{w_1^2w_2^6}}{i}$

Solución:

- 128

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.

Solución:

$$\sqrt[5]{3}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{3}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{3}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{3}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{3}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.

Solución:

$3\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 3e^{i\frac{25\pi}{6}} = 3e^{i\frac{\pi}{6}} = 3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right).$

30. Dados los números complejos

$$w_1 = 2+2\sqrt{3}i,\ w_2 = 3+3i,\ w_3 = 12e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 5e^{i\frac{\pi}{6}}$$

se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.

Solución:

$$w_1 = 4e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 3\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4

Solución:

$$w_3 = 6\sqrt{2}+i6\sqrt{2},\ w_4 = \frac{5\sqrt{3}}{2}+\frac{5}{2}i$$

c) $\frac{(w_1w_2)^6}{-w_3^4 i}$

Solución:

- 1152

d) $\overline{\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4}\frac{\overline{w_1^2w_2^6}}{i}$

Solución:

- 1152

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.

Solución:

$$\sqrt[5]{5}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{5}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{5}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{5}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{5}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.

Solución:

$5\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 5e^{i\frac{25\pi}{6}} = 5e^{i\frac{\pi}{6}} = 5\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right).$

31. Dados los números complejos

$$w_1 = 3 + 3\sqrt{3}i,\ w_2 = 4 + 4i,\ w_3 = 24e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 7e^{i\frac{\pi}{6}}$$

se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.
Solución:

$$w_1 = 6e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 4\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4
Solución:

$$w_3 = 12\sqrt{2} + i12\sqrt{2},\ w_4 = \frac{7\sqrt{3}}{2} + \frac{7}{2}i$$

c) $\frac{(w_1w_2)^6}{-w_3^4 i}$
Solución:
- 4608

d) $\overline{\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4 \overline{\frac{w_1^2 w_2^6}{i}}}$
Solución:
- 4608

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.
Solución:

$$\sqrt[5]{7}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{7}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{7}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{7}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{7}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.
Solución:
$7\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 7e^{i\frac{25\pi}{6}} = 7e^{i\frac{\pi}{6}} = 7\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right).$

32. Dados los números complejos

$$w_1 = 4 + 4\sqrt{3}i,\ w_2 = 5 + 5i,\ w_3 = 40e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 9e^{i\frac{\pi}{6}}$$

se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.
Solución:

$$w_1 = 8e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 5\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4
Solución:

$$w_3 = 20\sqrt{2} + i20\sqrt{2},\ w_4 = \frac{9\sqrt{3}}{2} + \frac{9}{2}i$$

c) $\frac{(w_1w_2)^6}{-w_3^4 i}$
Solución:
- 12800

d) $\overline{\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4 \frac{\overline{w_1^2 w_2^6}}{i}}$
Solución:
- 12800

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.
Solución:

$$\sqrt[5]{9}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{9}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{9}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{9}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{9}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.
Solución:
$9\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 9e^{i\frac{25\pi}{6}} = 9e^{i\frac{\pi}{6}} = 9\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right).$

33. Dados los números complejos

$$w_1 = 6 + 6\sqrt{3}i,\ w_2 = 7 + 7i,\ w_3 = 84e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 13e^{i\frac{\pi}{6}}$$

se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.
Solución:

$$w_1 = 12e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 7\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4
Solución:

$$w_3 = 42\sqrt{2} + i42\sqrt{2},\ w_4 = \frac{13\sqrt{3}}{2} + \frac{13}{2}i$$

c) $\frac{(w_1w_2)^6}{-w_3^4 i}$
Solución:
- 56448

d) $\overline{\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4 \frac{\overline{w_1^2 w_2^6}}{i}}$
Solución:
- 56448

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.
Solución:

$$\sqrt[5]{13}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{13}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{13}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{13}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{13}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.
Solución:
$13\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 13e^{i\frac{25\pi}{6}} = 13e^{i\frac{\pi}{6}} = 13\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right).$

34. Dados los números complejos

$$w_1 = 7+7\sqrt{3}i,\ w_2 = 8+8i,\ w_3 = 112e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 15e^{i\frac{\pi}{6}}$$

se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.
Solución:

$$w_1 = 14e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 8\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4
Solución:

$$w_3 = 56\sqrt{2}+i56\sqrt{2},\ w_4 = \frac{15\sqrt{3}}{2}+\frac{15}{2}i$$

c) $\frac{(w_1w_2)^6}{-w_3^4 i}$
Solución:
\- 100352

d) $\overline{\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4 \frac{w_1^2w_2^6}{i}}$
Solución:
\- 100352

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.
Solución:

$$\sqrt[5]{15}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{15}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{15}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{15}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{15}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.
Solución:
$15\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 15e^{i\frac{25\pi}{6}} = 15e^{i\frac{\pi}{6}} = 15\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right).$

35. Dados los números complejos

$$w_1 = 8+8\sqrt{3}i,\ w_2 = 9+9i,\ w_3 = 144e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 17e^{i\frac{\pi}{6}}$$

se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.
Solución:

$$w_1 = 16e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 9\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4
Solución:

$$w_3 = 72\sqrt{2} + i72\sqrt{2},\ w_4 = \frac{17\sqrt{3}}{2} + \frac{17}{2}i$$

c) $\frac{(w_1 w_2)^6}{-w_3^4 i}$
Solución:
- 165888

d) $\overline{\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4 \frac{w_1^2 w_2^6}{i}}$
Solución:
- 165888

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.
Solución:

$$\sqrt[5]{17}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{17}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{17}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{17}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{17}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.
Solución:
$17\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 17e^{i\frac{25\pi}{6}} = 17e^{i\frac{\pi}{6}} = 17\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)$.

36. Dados los números complejos

$$w_1 = 9 + 9\sqrt{3}i,\ w_2 = 1 + 1i,\ w_3 = 18e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 10e^{i\frac{\pi}{6}}$$

se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.
Solución:

$$w_1 = 18e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 1\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4
Solución:

$$w_3 = 9\sqrt{2} + i9\sqrt{2},\ w_4 = \frac{10\sqrt{3}}{2} + \frac{10}{2}i$$

c) $\frac{(w_1 w_2)^6}{-w_3^4 i}$
Solución:
- 2592

d) $\overline{\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4 \frac{w_1^2 w_2^6}{i}}$
Solución:
- 2592

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.
Solución:

$$\sqrt[5]{10}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{10}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{10}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{10}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{10}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.
Solución:
$10\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 10e^{i\frac{25\pi}{6}} = 10e^{i\frac{\pi}{6}} = 10\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right).$

37. Dados los números complejos

$$w_1 = 2 + 2\sqrt{3}i,\ w_2 = 1 + 1i,\ w_3 = 4e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 3e^{i\frac{\pi}{6}}$$

se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.
Solución:

$$w_1 = 4e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 1\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4
Solución:

$$w_3 = 2\sqrt{2} + i2\sqrt{2},\ w_4 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$$

c) $\frac{(w_1w_2)^6}{-w_3^4 i}$
Solución:
- 128

d) $\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4 \frac{\overline{w_1^2 w_2^6}}{i}$
Solución:
- 128

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.
Solución:

$$\sqrt[5]{3}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{3}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{3}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{3}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{3}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.
Solución:
$3\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 3e^{i\frac{25\pi}{6}} = 3e^{i\frac{\pi}{6}} = 3\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right).$

38. Dados los números complejos

$$w_1 = 3 + 3\sqrt{3}i,\ w_2 = 2 + 2i,\ w_3 = 12e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 5e^{i\frac{\pi}{6}}$$

se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.
Solución:

$$w_1 = 6e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4
Solución:

$$w_3 = 6\sqrt{2} + i6\sqrt{2},\ w_4 = \frac{5\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{2}i$$

c) $\frac{(w_1w_2)^6}{-w_3^4 i}$
Solución:
- 1152

d) $\overline{\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4 \overline{\frac{w_1^2w_2^6}{i}}}$
Solución:
- 1152

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.
Solución:

$$\sqrt[5]{5}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{5}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{5}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{5}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{5}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.
Solución:
$5e^{i\frac{125\pi}{30}} = 5e^{i\frac{25\pi}{6}} = 5e^{i\frac{\pi}{6}} = 5\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)$.

39. Dados los números complejos

$$w_1 = 4 + 4\sqrt{3}i,\ w_2 = 3 + 3i,\ w_3 = 24e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 7e^{i\frac{\pi}{6}}$$

se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.
Solución:

$$w_1 = 8e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 3\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4
Solución:

$$w_3 = 12\sqrt{2} + i12\sqrt{2},\ w_4 = \frac{7\sqrt{3}}{2} + \frac{7}{2}i$$

c) $\frac{(w_1w_2)^6}{-w_3^4 i}$
Solución:
- 4608

d) $\overline{\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4}\,\overline{\frac{w_1^2 w_2^6}{i}}$
Solución:
- 4608

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.
Solución:

$$\sqrt[5]{7}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{7}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{7}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{7}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{7}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.
Solución:
$7\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 7e^{i\frac{25\pi}{6}} = 7e^{i\frac{\pi}{6}} = 7\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right).$

40. Dados los números complejos

$$w_1 = 5 + 5\sqrt{3}i,\ w_2 = 4 + 4i,\ w_3 = 40e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 9e^{i\frac{\pi}{6}}$$

se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.
Solución:

$$w_1 = 10e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 4\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4
Solución:

$$w_3 = 20\sqrt{2} + i20\sqrt{2},\ w_4 = \frac{9\sqrt{3}}{2} + \frac{9}{2}i$$

c) $\frac{(w_1w_2)^6}{-w_3^4 i}$
Solución:
- 12800

d) $\overline{\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4}\,\overline{\frac{w_1^2 w_2^6}{i}}$
Solución:
- 12800

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.
Solución:

$$\sqrt[5]{9}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{9}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{9}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{9}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{9}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.
Solución:
$9\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 9e^{i\frac{25\pi}{6}} = 9e^{i\frac{\pi}{6}} = 9\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right).$

41. Dados los números complejos

$$w_1 = 6 + 6\sqrt{3}i,\ w_2 = 5 + 5i,\ w_3 = 60e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 11e^{i\frac{\pi}{6}}$$

se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.
Solución:

$$w_1 = 12e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 5\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4
Solución:

$$w_3 = 30\sqrt{2} + i30\sqrt{2},\ w_4 = \frac{11\sqrt{3}}{2} + \frac{11}{2}i$$

c) $\frac{(w_1w_2)^6}{-w_3^4 i}$
Solución:
- 28800

d) $\overline{\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4 \overline{\frac{w_1^2 w_2^6}{i}}}$
Solución:
- 28800

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.
Solución:

$$\sqrt[5]{11}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{11}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{11}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{11}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{11}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.
Solución:
$11\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 11e^{i\frac{25\pi}{6}} = 11e^{i\frac{\pi}{6}} = 11\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right).$

42. Dados los números complejos

$$w_1 = 7 + 7\sqrt{3}i,\ w_2 = 6 + 6i,\ w_3 = 84e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 13e^{i\frac{\pi}{6}}$$

se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.
Solución:

$$w_1 = 14e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 6\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4
Solución:

$$w_3 = 42\sqrt{2} + i42\sqrt{2},\ w_4 = \frac{13\sqrt{3}}{2} + \frac{13}{2}i$$

c) $\frac{(w_1w_2)^6}{-w_3^4 i}$
Solución:
- 56448

d) $\overline{\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4 \frac{w_1^2 w_2^6}{i}}$
Solución:
- 56448

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.
Solución:

$$\sqrt[5]{13}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{13}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{13}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{13}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{13}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.
Solución:
$13\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 13e^{i\frac{25\pi}{6}} = 13e^{i\frac{\pi}{6}} = 13\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right).$

43. Dados los números complejos

$$w_1 = 8 + 8\sqrt{3}i,\ w_2 = 7 + 7i,\ w_3 = 112e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 15e^{i\frac{\pi}{6}}$$

se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.
Solución:

$$w_1 = 16e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 7\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4
Solución:

$$w_3 = 56\sqrt{2} + i56\sqrt{2},\ w_4 = \frac{15\sqrt{3}}{2} + \frac{15}{2}i$$

c) $\frac{(w_1w_2)^6}{-w_3^4 i}$
Solución:
- 100352

d) $\overline{\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4 \frac{w_1^2 w_2^6}{i}}$
Solución:
- 100352

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.
Solución:

$$\sqrt[5]{15}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{15}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{15}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{15}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{15}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.
Solución:
$15\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 15e^{i\frac{25\pi}{6}} = 15e^{i\frac{\pi}{6}} = 15\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right).$

44. Dados los números complejos

$$w_1 = 9+9\sqrt{3}i,\ w_2 = 8+8i,\ w_3 = 144e^{i\frac{\pi}{4}},\ w_4 = 17e^{i\frac{\pi}{6}}$$

se pide:

a) Pasa a forma módulo argumental los números complejos w_1 y w_2.
Solución:

$$w_1 = 18e^{i\frac{\pi}{3}},\ w_2 = 8\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

b) Pasa a forma binómica w_3 y w_4
Solución:

$$w_3 = 72\sqrt{2}+i72\sqrt{2},\ w_4 = \frac{17\sqrt{3}}{2}+\frac{17}{2}i$$

c) $\frac{(w_1w_2)^6}{-w_3^4 i}$
Solución:
\- 165888

d) $\overline{\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^4 \overline{\frac{w_1^2w_2^6}{i}}}$
Solución:
\- 165888

e) Da la forma módulo argumental de las raíces quintas de w_4.
Solución:

$$\sqrt[5]{17}e^{i\frac{\pi}{30}},\ \sqrt[5]{17}e^{i\frac{13\pi}{30}},\ \sqrt[5]{17}e^{i\frac{25\pi}{30}},\ \sqrt[5]{17}e^{i\frac{37\pi}{30}},\ \sqrt[5]{17}e^{i\frac{49\pi}{30}},$$

f) Multiplica las cinco raíces obtenidas en el apartado anterior.
Solución:
$17\mathrm{e}^{i\frac{125\pi}{30}} = 17e^{i\frac{25\pi}{6}} = 17e^{i\frac{\pi}{6}} = 17\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right).$

45. Para los siguientes polinomios de grado dos se pide que los pongas como el cuadrado de uno de grado uno sumando un número real (compleción de cuadrados):

a) $4x^2+8x+6$. **Solución:**
$(2x+2)^2+2$.

b) $-4x^2-12x+-5$. **Solución:**
$4-(2x+3)^2$.

c) $16x^2+24x+11$. **Solución:**
$(4x+3)^2+2$.

d) $-9x^2-24x+-11$. **Solución:**
$5-(3x+4)^2$.

e) $9x^2 + 24x + 21$. **Solución:** $(3x + 4)^2 + 5$.

f) $-36x^2 - 84x + -41$. **Solución:** $8 - (6x + 7)^2$.

g) $64x^2 + 112x + 55$. **Solución:** $(8x + 7)^2 + 6$.

h) $-1x^2 - 2x + 1$. **Solución:** $2 - (1x + 1)^2$.

i) $1x^2 + 2x + 4$. **Solución:** $(1x + 1)^2 + 3$.

j) $-1x^2 - 4x + 0$. **Solución:** $4 - (1x + 2)^2$.

k) $1x^2 + 4x + 9$. **Solución:** $(1x + 2)^2 + 5$.

l) $-4x^2 - 4x + 1$. **Solución:** $2 - (2x + 1)^2$.

m) $4x^2 + 4x + 4$. **Solución:** $(2x + 1)^2 + 3$.

n) $-4x^2 - 8x + -3$. **Solución:** $1 - (2x + 2)^2$.

ñ) $4x^2 + 8x + 9$. **Solución:** $(2x + 2)^2 + 5$.

o) $-4x^2 - 8x + -2$. **Solución:** $2 - (2x + 2)^2$.

p) $4x^2 + 12x + 13$. **Solución:** $(2x + 3)^2 + 4$.

q) $-16x^2 - 24x + -7$. **Solución:** $2 - (4x + 3)^2$.

r) $9x^2 + 24x + 21$. **Solución:** $(3x + 4)^2 + 5$.

s) $-9x^2 - 24x + -11$. **Solución:** $5 - (3x + 4)^2$.

t) $36x^2 + 84x + 57$. **Solución:** $(6x + 7)^2 + 8$.

u) $-64x^2 - 112x + -43$. **Solución:** $6 - (8x + 7)^2$.

v) $1x^2 + 2x + 3$. **Solución:** $(1x + 1)^2 + 2$.

w) $-1x^2 - 2x + 2$. **Solución:** $3 - (1x + 1)^2$.

x) $1x^2 + 4x + 8$. **Solución:** $(1x + 2)^2 + 4$.