Grado en Ingeniería Mecánica

Asignatura: *Matemáticas I. Grupo 1*

Evaluación Continua. Control Números Complejos. Tipo A

NOMBRE Y APELLIDOS:

(1) **(10 Ptos)** Dado el número complejo

$$z = \frac{i\sqrt{2}}{1+i}$$

escribe en forma binómica y en forma trigonométrica el número

$$z^3 = \left(\frac{i\sqrt{2}}{1+i}\right)^3.$$

Dibuja también en el plano complejo los números z y z^3.

$$z = \frac{i\sqrt{2}}{1+i} = \frac{i\sqrt{2}}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1+i} = \frac{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{1^2+1^2}$$

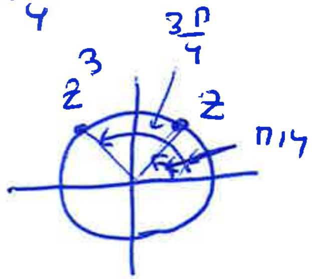
$$= \frac{\sqrt{2}}{2} + i\,\frac{\sqrt{2}}{2}$$ forma binómica

$$|z| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{4}+\frac{2}{4}} = 1$$

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{2}/2} = \operatorname{arctg} 1 = \pi/4$$

$$z = 1\cdot e^{i\pi/4} = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\operatorname{sen}\frac{\pi}{4}$$

$$z^3 = \left(1\cdot e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^3 = e^{i\frac{3\pi}{4}}$$



$$= \cos\frac{3\pi}{4} + i\operatorname{sen}\frac{3\pi}{4}$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2} + i\,\frac{\sqrt{2}}{2}$$

(2) **(10 Ptos)** Consideremos la función

$$f(t) = 2e^{i\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)}, \quad 0 \le t \le \frac{1}{2}.$$

Dibuja la función $\operatorname{Re} f(t)$. Indica también cuánto vale la amplitud de la onda, la fase inicial, la frecuencia de oscilación y el período.

$$f(t) = 2\cos\left(2\pi\cdot 2t + \frac{\pi}{2}\right) + i\operatorname{sen}\left(2\pi\, 2t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\operatorname{Re} f(t) = 2\cos(2\pi\cdot 2t + \pi/2)$$

fase inicial $\varphi = \pi/2$

Frecuencia $f = 2$

Período $\frac{1}{f} = \frac{1}{2}$

$t_1 = 0 \rightarrow \operatorname{Re} f(t) = 2\cos(\pi/2) = 0$

$4\pi t + \frac{\pi}{2} = \pi \Leftrightarrow t = \frac{1}{8}$

$\operatorname{Re} f\left(t_2 = \frac{1}{8}\right) = 2\cos(\pi) = -2$

$4\pi t + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow t = \frac{1}{4}$

$\operatorname{Re} f\left(t_3 = \frac{1}{4}\right) = 2\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$

$4\pi t + \frac{\pi}{2} = 2\pi \Leftrightarrow t = \frac{3}{8}$

$\operatorname{Re} f\left(t_4 = \frac{3}{8}\right) = 2\cos(2\pi) = 2$