

TRANSFORMADAS INTEGRALES Y ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES

Profesor responsable: Francisco Periago Esparza.

Departamento: Matemática Aplicada y Estadística.

Email y website: f.periago@upct.es <http://www.dmae.upct.es/~fperiago>

Horario de Tutorías: Lunes de 10:00 a 11:00 (3ª planta Hospital de Marina, sala de usos múltiples), Lunes de 12:00 a 13:00 y Martes de 10:00 a 13:00 y de 16:00 a 18:00 (despacho nº 109 del edificio de I.T. Civil y Naval, 2ª planta, Campus del Paseo Alfonso XIII).

PROGRAMA DEL CURSO

1. Introducción a las Ecuaciones en Derivadas Parciales.
2. El Problema de Cauchy para EDPs de Primer Orden.
3. Espacios de Hilbert.
4. Series de Fourier.
5. Problemas Regulares de Sturm-Liouville.
6. Aplicación del Método de Separación de Variables a la Resolución de EDPs.
7. Funciones de Bessel y su Aplicación a la Resolución de EDPs.
8. La Transformada de Laplace.
9. La Transformada de Fourier.
10. Introducción al Método Variacional.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

E. de la Rosa, *Ecuaciones en Derivadas Parciales. Introducción al Método de los elementos Finitos*, Servicio de Publicaciones de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos. Madrid (1989).

G. B. Folland, *Fourier analysis and its applications*, Brooks/Cole P. C. (1992)

M. García Mañes, *Problemas de Ecuaciones en Derivadas Parciales*, Servicio de Publicaciones de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos. Madrid (1993).

R. Haberman, *Ecuaciones en Derivadas Parciales con series de Fourier y problemas de contorno*, Prentice Hall (2003).

F. Marcellán, L. Casasús y A. Zarzo, *Ecuaciones Diferenciales. Problemas Lineales y Aplicaciones*, McGraw-Hill (1990).

P. Pedregal, *Introducción al Análisis de Fourier y a las Ecuaciones en Derivadas Parciales*, Septem Ediciones (2001).

F. Periago, *Apuntes de la asignatura* (2003).

A. Pinkus y S. Zafrany, *Fourier Series and Integrals Transforms*, Cambridge University Press (1997).

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

E. Casas, *Introducción a las Ecuaciones en Derivadas Parciales*, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cantabria (1992).

L. C. Evans, *Partial Differential Equations*, Graduate Studies in Mathematics, **19** AMS (1998).

C. Gasquet, P. Witomsky, *Analyse de Fourier et Applications*, Dunod, Paris (200).

F. John, *Partial Differential Equations*, Springer-Verlag (1981).

I. Peral, *Primer Curso de Ecuaciones en Derivadas Parciales*, Addison-Wesley (1995).

F. Periago, *A first step towards variational methods in engineering*, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, Vol. 34 n° 4, 549-559 (2003).

J. I. Richards, H. K. Youn, *Theory of Distributions, a non-technical introduction*, Cambridge University Press, 1990.

W. A. Strauss, *Partial Differential Equations*, John Wiley & Sons (1992).

H. F. Weinberger, *Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales*, Reverté (1970).

BREVE DESCRIPCIÓN DEL CONTENIDO DEL CURSO

El Tema 1 tiene como primer objetivo convencer al alumno de que las EDPs han de ocupar un lugar primordial en la formación de un ingeniero ya que dichas ecuaciones modelizan un buen número de fenómenos físicos de interés en Ingeniería. Por ello se deducirán los modelos matemáticos de transmisión de calor, propagación de ondas, y las ecuaciones básicas de la mecánica de medios continuos.

En el Tema 2 se estudia el método de las características para resolver EDPs de primer orden lineales y cuasilineales, entre las que se encuentra la ecuación de Euler unidimensional de la mecánica de fluidos, entre otras.

El Tema 3 está dedicado a los espacios de Hilbert. Por muy abstracto y apartado de las EDPs que este tema pueda parecer en un primer momento, sin embargo, el estudio de estos espacios está plenamente justificado no sólo para poder hacer un estudio serio de las series de Fourier y del método de separación de variables sino también porque es en estos espacios donde habitan las soluciones débiles que obtendremos en el último capítulo de este curso al aplicar el método variacional a la resolución de problemas de contorno de tipo elíptico. En este capítulo introduciremos el ejemplo más destacado de espacio de Hilbert: el espacio L^2 .

El Tema 4 está dedicado a las series de Fourier. Este tema tiene un interés propio al margen de las EDPs. En Teoría de la Señal, las series de Fourier son la herramienta básica para el estudio de señales periódicas. En este tema es, en mi opinión, muy importante insistir en los diferentes tipos de convergencia de una serie de Fourier: la convergencia en media cuadrática, la puntual y la uniforme.

En el Tema 5 se aborda el estudio de los problemas regulares de Sturm-Liouville, un tema que a primera vista puede parecer bastante sencillo pero que en realidad es bastante complejo desde un punto de vista matemático. La presentación que haremos del tema es lo suficientemente general como para incluir condiciones de contorno separadas y periódicas.

En el Tema 6, una vez disponemos de todas las herramientas necesarias para aplicar el método de separación de variables, usamos dicho método para estudiar los tres ejemplos modelo de ecuaciones de segundo orden: la de Laplace en dimensión dos, y la del calor y de ondas en una dimensión. Además se incluyen los resultados de existencia, unicidad y estabilidad de soluciones para los problemas de valor inicial-contorno asociados a estas ecuaciones.

En el Tema 7 aplicamos el método de separación de variables a la resolución de EDPs parabólicas e hiperbólicas en recintos circulares del plano y a ecuaciones elípticas en cilindros. Desde un punto de vista conceptual, este tema no añade nada nuevo respecto a lo estudiado en los temas anteriores, aunque eso sí, los cálculos se complican bastante al ser ahora las funciones de Bessel las soluciones de los problemas de Sturm-Liouville a los que conduce el método de separación de variables. Con el desarrollo de los métodos numéricos de resolución de EDPs, durante los últimos años se tiende a resolver el tipo de problemas abordados en este capítulo desde un punto de vista numérico. Por todo ello, si el ritmo de desarrollo de la asignatura marcha un poco retrasado se podría prescindir de este tema.

Los Temas 8 y 9 están dedicados al estudio de las transformadas de Laplace y de Fourier. Estas transformadas son también una herramienta importante en la resolución de EDPs y en algunos otros campos de la ingeniería. Por ejemplo, la transformada de Laplace es ampliamente usada en Teoría de Circuitos mientras que la de Fourier es una herramienta básica en el análisis de señales aperiódicas que tienen energía finita. Pese a que la transformada de Laplace es un caso particular de la de Fourier, y por tanto sería natural y más elegante exponer en primer lugar la de Fourier y luego la de Laplace, hemos optado por intercambiar el orden natural de estos temas debido a que en la asignatura Teoría de Circuitos que se explica también en el primer cuatrimestre de segundo curso necesitan de la transformada de Laplace (es por tanto, conveniente explicarla en esta asignatura lo antes posible) mientras que la de Fourier no se necesita hasta el tercer curso de la titulación.

El último tema del curso es una introducción al método variacional para resolver problemas de contorno para ecuaciones elípticas. Es bien sabido que un estudio riguroso de este método (al igual que la mayoría de métodos presentados en este curso) exige unos prerrequisitos matemáticos bastante profundos. Pese a todo creo que es posible y absolutamente necesario abordar este tema, tanto para presentar una visión moderna de la teoría de EDPs sino también porque es algo que se utiliza frecuentemente en otras asignaturas (piénsese por ejemplo en el Método de los Elementos Finitos).

EVALUACIÓN

La evaluación consistirá en un examen escrito que se realizará al finalizar el curso y que constará de dos partes: la primera de ellas se compondrá de preguntas y cuestiones breves de tipo teórico y que aproximadamente supondrá el 40% del contenido total del examen; la segunda parte será un examen de problemas que supondrá el 60% restante.