Ingeniero Industrial
Asignatura: *Optimización y Simulación*
Examen de Prácticas. Convocatoria Febrero 2008

NOMBRE Y APELLIDOS:

1. **(1 pto)** Consideremos un circuito con dos nodos y una única línea conectándolos. La línea se caracteriza por la constante

$$z_{12}\angle\theta_{12} = 0.15\angle 90^o.$$

Los datos medidos de los voltajes son $v_1 = 1.07$ y $v_2 = 1.01$ mientras que para las potencias activas y reactivas se tiene

$$p_{12} = 0.83, \quad p_{21} = 0.81, \quad q_{12} = 0.73, \quad q_{21} = 0.58.$$

Suponiendo que todos los aparatos de medida tienen la misma precisión y que el origen de ángulos se toma en el nodo 2, el estado del circuito se determina resolviendo el problema de programación no lineal sin restricciones siguiente:

$$\begin{aligned}\text{Minimizar} \quad f(v_1, v_2, \delta_1) \quad &= \quad (v_1 - 1.07)^2 + (v_2 - 1.01)^2 + \left(\frac{1}{0.15} v_1 v_2 \sin\delta_1 - 0.83\right)^2 \\ &+ \left(-\frac{1}{0.15} v_1 v_2 \sin\delta_1 - 0.81\right)^2 + \left(\frac{1}{0.15} v_1^2 - \frac{1}{0.15} v_1 v_2 \cos\delta_1 - 0.73\right)^2 \\ &+ \left(\frac{1}{0.15} v_2^2 - \frac{1}{0.15} v_1 v_2 \cos\delta_1 - 0.58\right)^2.\end{aligned}$$

Resuelve, usando el Toolbox de Optimización de MatLab este problema. Se han de entregar tanto los resultados como los programas .m utilizados para resolverlo..

Nombre y Apellidos:

2. **(2 ptos)** Denotemos por $x(t) = (x_1(t), x_2(t))$ la posición y velocidad de un determinado objeto en movimiento y supongamos que dicho objeto parte del estado inicial $x(0) = (-1, 0)$. Si admitimos que el movimiento de nuestro objeto obedece la ley de Newton

$$\begin{cases} x_1'(t) = x_2(t) \\ x_2'(t) = u(t), \end{cases}$$

con $u(t)$ el empuje por unidad de masa, que suponemos verifica la restricción $|u(t)| \leq 1$ para todo $t > 0$, y denotamos por T el tiempo mínimo necesario para alcanzar el estado final deseado $(x_1(T), x_2(T)) = (10,\ 10)$, entonces el problema se puede formular en los siguientes términos:

$$\text{Minimizar} \quad \int_0^T dt$$

sujeto a

$$\begin{cases} x_1'(t) = x_2(t) \\ x_2'(t) = u(t) \\ (x_1(0),\ x_2(0)) = (-1, 0) \\ (x_1(T),\ x_2(T)) = (10,\ 10) \\ |u(t)| \leq 1. \end{cases}$$

Elabora un código en Matlab para dibujar el control óptimo $u(t)$ y las gráficas del estado óptimo $(x_1(t), x_2(t))$. Se ha de responder escribiendo el código elaborado, dibujando a mano las gráficas resultantes del código del control y estado, la gráfica para la trayectoria óptima en el plano de fases y el tiempo óptimo de control. También se ha de interpretar físicamente el resultado obtenido en términos de la posición y velocidad óptimas del móvil en cada instante de tiempo t, con $0 \leq t \leq T$.

`Indicación:` el problema es muy similar al problema de tiempo mínimo para la ley de Newton estudiado en clase. De hecho, el plano de fases es el mismo, y el control óptimo también es de tipo bang-bang. Recordemos que el estado $(x_1(t), x_2(t))$ asociado a un control constante $u = +1$ ó -1 que pasa en tiempo $t = 0$ por el punto (x_1^0, x_2^0) se mueve a lo largo de la parábola descrita por las ecuaciones

$$\begin{cases} x_1(t) = 0.5ut^2 + x_2^0 t + x_1^0 \\ x_2(t) = ut + x_2^0. \end{cases}$$