Ingeniero Industrial
Asignatura: *Optimización y Simulación*
Examen de Prácticas (A). Convocatoria Septiembre 2007

1. **(0.75 ptos)** Un paquete postal (en forma de cubo) debe satisfacer que su altura más la longitud de su contorno no puede exceder de 108 cm. Se pretende diseñar un tal paquete que cumpla con esta restricción y que además posea un volumen máximo. Si llamamos x_1, x_2, x_3 a cada uno de los lados de dicho cubo, entonces un modelo matemático para este problema es el siguiente:

$$\text{Maximizar} \quad f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 x_3$$

sujeto a

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 108 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Resuelve, usando el Toolbox de Optimización de MatLab, este problema. Se han de entregar tanto los resultados como los programas .m utilizados para resolverlo..

Nombre y Apellidos:

2. **(0.75 ptos)** Una clase interesante de problemas de programación no lineal son los llamados problemas mini-max. Se trata simplemente de un problema de programación no lineal donde la función objetivo se define como el máximo de un número finito de funciones. Por ejemplo, consideremos las tres funciones siguientes:

$$F_1(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2, \quad F_2(x_1, x_2) = -x_1 + x_2, \quad F_3(x_1, x_2) = x_1 + x_2 + 10.$$

A partir de estas tres funciones definimos la nueva función

$$f(x_1, x_2) = \max\{F_1(x_1, x_2),\ F_2(x_1, x_2),\ F_3(x_1, x_2)\}.$$

Consideremos también las restricciones

$$\begin{cases} -1 \leq x_1 \leq 0 \\ -1 \leq x_2 \leq 0 \end{cases} \tag{1}$$

Podemos entonces formular el problema de mini-max siguiente:

$$\text{Minimizar} \quad f(x_1, x_2)$$

sujeto a las restricciones (1). La notación usual para este problema es

$$\min_x \max_{F_i} \{F_i\}$$

sujeto a (1). MatLab tiene implementada la función `fminimax` (ver Tutorial del Toolbox de Optimización de MatLab, páginas 5-54, 5-62) para resolver este tipo de problemas.

Resuelve el problema anterior usando la función `fminimax` de MatLab. Se han de entregar tanto los resultados como los programas .m utilizados para resolverlo.

Nombre y Apellidos:

Nombre y Apellidos:

3. **(1.5 ptos)** Denotemos por $x(t) = (x_1(t), x_2(t))$ la posición y velocidad de un determinado objeto en movimiento y supongamos que dicho objeto parte de un estado de reposo, es decir, $x(0) = (0,0)$. Si admitimos que el movimiento de nuestro objeto obedece la ley de Newton

$$\begin{cases} x_1'(t) = x_2(t) \\ x_2'(t) = u(t), \end{cases}$$

con $u(t)$ el empuje por unidad de masa, que suponemos verifica la restricción $|u(t)| \leq 1$ para todo $t > 0$, y denotamos por T el tiempo mínimo necesario para alcanzar el estado final $(x_1(T), x_2(T)) = (20,\ 0)$, entonces el problema se puede formular en los siguientes términos:

$$\text{Minimizar} \quad \int_0^T dt$$

sujeto a

$$\begin{cases} x_1'(t) = x_2(t) \\ x_2'(t) = u(t) \\ (x_1(0),\ x_2(0)) = (0,0) \\ (x_1(T),\ x_2(T)) = (20,\ 0) \\ |u(t)| \leq 1. \end{cases}$$

Elabora un código en Matlab para dibujar el control óptimo $u(t)$ y las gráficas del estado óptimo $(x_1(t), x_2(t))$. Se ha de responder escribiendo el código elaborado, dibujando a mano las gráficas resultantes del código del control y estado, la gráfica para la trayectoria óptima en el plano de fases y el tiempo óptimo de control.

`Indicación:` el problema es muy similar al problema de tiempo mínimo para la ley de Newton estudiado en clase. De hecho, el plano de fases es el mismo, y el control óptimo también es de tipo bang-bang. Recordemos que el estado $(x_1(t), x_2(t))$ asociado a un control constante $u = +1$ ó -1 que pasa en tiempo $t = 0$ por el punto (x_1^0, x_2^0) se mueve a lo largo de la parábola descrita por las ecuaciones

$$\begin{cases} x_1(t) = 0.5ut^2 + x_2^0 t + x_1^0 \\ x_2(t) = ut + x_2^0. \end{cases}$$

Nombre y Apellidos: