*Ingeniero Industrial*
Asignatura: *Optimización y Simulación*
**Examen de Prácticas (A). Convocatoria Julio 2008**

NOMBRE Y APELLIDOS:

1. Resuelve, usando el Toolbox de Optimización de MatLab, los siguientes problemas de programación matemática:

**(a) (0.75 ptos)**

$$\text{Minimizar} \quad f(x_{ij}) = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} c_{ij}x_{ij}$$

sujeto a

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{3} x_{ij} = u_i, & i = 1,2,3 \\ \sum_{i=1}^{3} x_{ij} = v_j, & j = 1,2,3 \\ x_{ij} \geq 0, & i,j = 1,2,3, \end{cases}$$

donde

$$C = (c_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad u = (u_i) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad v = (v_j) = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

`Solución:` Se trata de un problema de programación lineal. Ejecutamos el código

```
f=[1 2 3 2 1 2 3 2 1];
Aeq=[1 1 1 0 0 0 0 0 0;
     0 0 0 1 1 1 0 0 0;
     0 0 0 0 0 0 1 1 1;
     1 0 0 1 0 0 1 0 0;
     0 1 0 0 1 0 0 1 0;
     0 0 1 0 0 1 0 0 1];
beq=[2;3;4;5;2;2];
lb=[0;0;0;0;0;0;0;0;0];
[x,fval,exitflag,output] = linprog(f,[],[],Aeq,beq,lb)
```

con el que se obtienen los siguientes resultados

```
x = [2;0;0;1.7707;1.2293;0;1.2293;0.7707;2]
fval = 14.
```

**(b) (0.75 ptos)**

$$\text{Minimizar} \quad f(x_1, x_2) = 12x_1x_2$$

sujeto a

$$\begin{cases} \frac{1}{x_1 x_2^3} \le 0.1 \\ x_1 \ge 0.5 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Se trata de un problema de programación no lineal. Programamos las funciones

```
function f = costeeje2(x)
f = 12 * x(1) * x(2);;
```

para el coste, y

```
function [c, ceq] = restri_eje2(x)
c = [(1/(x(1) * x(2)^3)) - 0.1];
ceq = [];
```

para la restricción no lineal de desigualdad. A continuación ejecutamos el código

```
x0 = [10; 1];
lb = [0.5; 0];
[x, fval, exitflag, output, lambda, grad, hessian] = ...
fmincon(@costeeje2, x0, [], [], [], [], lb, [], @restri_eje2)
eig(hessian)
```

y se obtienen los siguientes resultados

```
x1 = 0.5000
x2 = 2.7144
fval = 16.2865
```

2. Consideremos el problema

$$(P) \quad \begin{cases} -u''(x) + xu'(x) + (1-x)\,u(x) = -x^3 + 3x^2 - 2x & \text{en } ]0,1[ \\ u'(0) = 0, \quad u'(1) = 2 \end{cases}$$

Se pide:

**(a)** **(1 pto)** Resuelve el problema $(P)$ haciendo uso del código `elfin.m` y usando 8 elementos finitos. Se ha de responder a esta cuestión escribiendo a mano todas las funciones y sentencias que sean necesarias para resolverlo. Se ha de dibujar también a mano de manera aproximada la gráfica de la solución obtenida con el código de elementos finitos.

**(b)** **(0.5 ptos)** La función $u(x) = x^2 + 2$ es la solución exacta de $(P)$. Analiza como evoluciona la norma infinito de la diferencia entre la solución exacta y la numérica al considerar 8, 80, 800 y 8000 elementos finitos. Se ha de responder escribiendo las sentencias en MatLab utilizadas así como los resultados obtenidos.

`Solución:` Necesitamos las siguientes funciones:

```
function f = b(x)
f = x;
```

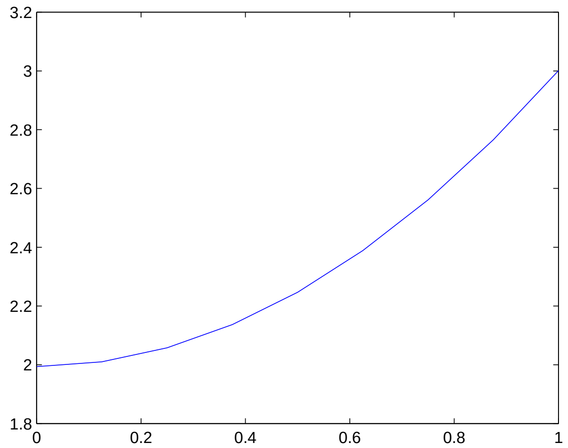
```
function f = c(x)
f = 1 - x;
```

```
functiong = f(x)
g = -x.^3 + 3 * x.^2 - 2 * x;
```

Para generar la gráfica de la solución con 8 elementos finitos escribimos las líneas

```
[x, u] = elfin('b','c','f', 0, 1, 0, 2, 1, 8)
plot(x, u)
```

Obtenemos la siguiente gráfica:




A continuación analizamos la variación del error al variar el número de elementos considerados. Se muestran a continuación las líneas de código que se han de ejecutar y los resultados obtenidos:

8 elementos

```
exact ='x.^2 + 2';
norm(u - eval(exact), Inf)
```

$ans = 0.0063$

80 elementos

$[\mathtt{x},\mathtt{u}] = \mathtt{elfin}(\text{'}\mathtt{b}\text{','}\mathtt{c}\text{','}\mathtt{f}\text{'},\mathtt{0},\mathtt{1},\mathtt{0},\mathtt{2},\mathtt{1},\mathtt{80})$

$\mathtt{norm}(\mathtt{u} - \mathtt{eval}(\mathtt{exact}),\mathtt{Inf})$

$ans = 6.3645e - 005$

800 elementos

$[\mathtt{x},\mathtt{u}] = \mathtt{elfin}(\text{'}\mathtt{b}\text{','}\mathtt{c}\text{','}\mathtt{f}\text{'},\mathtt{0},\mathtt{1},\mathtt{0},\mathtt{2},\mathtt{1},\mathtt{800})$

$\mathtt{norm}(\mathtt{u} - \mathtt{eval}(\mathtt{exact}),\mathtt{Inf})$

$ans = 6.3653e - 007$

8000 elementos

$[\mathtt{x},\mathtt{u}] = \mathtt{elfin}(\text{'}\mathtt{b}\text{','}\mathtt{c}\text{','}\mathtt{f}\text{'},\mathtt{0},\mathtt{1},\mathtt{0},\mathtt{2},\mathtt{1},\mathtt{8000})$

$\mathtt{norm}(\mathtt{u} - \mathtt{eval}(\mathtt{exact}),\mathtt{Inf})$

$ans = 6.3989e - 009$