Examen final de Matemáticas
15 de septiembre de 2014
1.3.3, examen 1

Nombre y apellidos:

Preguntas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Puntuación obtenida											

---

1. Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal tal que $M_{\beta\beta}(f) = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 6 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y considera la base $\beta = \{(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0)\}$. Responde a las siguientes cuestiones:

a) Calcula $M_{\beta_c^3\beta_c^3}(f)$ *(1,5 puntos)*.

b) Calcula las ecuaciones de Im f respecto de la base β_c^3 y da una base de Im f expresando las coordenadas de los vectores que aparezcan en la base β_c^3 *(1 punto)*.

2. Estudia si la matriz que sigue es diagonalizable o no. Caso de ser diagonalizable da una matriz diagonal y una matriz de paso y escribe la relación entre todas ellas *(2,5 puntos)*.

$$A = \begin{pmatrix} 16 & -45 & 15 \\ 3 & -8 & 3 \\ -3 & 9 & -2 \end{pmatrix}$$

3. Usando el método explicado para encontrar extremos condicionados, calcula los extremos condicionados de la función $f(x,y) = x^2 + y^2$ con ligadura $xy = 9$. Di si son máximos o mínimos condicionados *(1,5 puntos)*.

4. Sean $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ y $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ definidas por:

$$f(x,y) = (x + xe^y, x+y, y^2\mathrm{sen}x) \qquad g(x,y,z) = (x + e^{xyz}, y - xz).$$

Se pide:

a) $Jf(x,y)$ *(0,4 puntos)*.

b) $Jg(x,y)$ *(0,4 puntos)*.

c) ¿Se puede hacer la composición $g \circ f$? En caso afirmativo da la matriz $J(g \circ f)(0,0)$ *(0,4 puntos)*.

d) Usando la fórmula del jacobiano de una composición de aplicaciones se pide calcular $Jf \circ g(0,0,0)$ *(0,4 puntos)*.

e) A la vista de los resultados de antes se piden los valores de $g \circ f(0,0)$ y $f \circ g(0,0,0)$ *(0,4 puntos)*.

5. Calcula

$$\iint_\Omega \sqrt{16 - x^2 - y^2}\,dxdy \quad \text{con} \quad \Omega = \{(x,y) : 4 \le x^2 + y^2 \le 16, y \ge 0\} \quad \textit{(1,5 puntos)}.$$