

Chapter 1

El número real

1. Resuelve las siguientes desigualdades y representa su conjunto solución:

(a) $2x - 1 < x + 3$.

(b) $-\frac{x}{3} < 2x + 1$

(c) $\frac{6}{x-1} \geq 5$.

(d) $-3 \leq 2 - 5x \leq 12$.

2. Resolver las siguientes desigualdades:

(a) $x^2 < 2$.

(b) $4 \leq x^2$.

(c) $4 < x^2 < 9$.

(d) $\frac{1}{9} < x^2 < \frac{1}{4}$.

(e) $(x - 1)^2 < 4$.

(f) $(x + 3)^2 < 2$.

(g) $x^2 - x < 0$.

(h) $x^2 - x - 2 \geq 0$.

3. Resolver las ecuaciones:

(a) $|2x - 3| = 7$.

(b) $|x| = x + 5$.

- (c) $|x - 2| + |x - 3| = 2$.
- (d) $x^2 - 2|x| - 3 = 0$.
- (e) $|x^2 - 4| - |2x - 1| = |x^2 - 2x - 3|$.
- (f) $\frac{|x-1|}{|x+1|} = 1$.

4. Resolver las desigualdades

- (a) $|x - 5| < 9$.
- (b) $|5 - \frac{2}{x}| < 1$.
- (c) $|6x + 2| > 5$.
- (d) $|-5x + 1| \leq 1$.
- (e) $|2x - 3| \leq 1$.
- (f) $|2x - 1| \leq |x + 2|$.
- (g) $|x^2 - 2| \geq 1$.

5. Verificar si los siguientes conjuntos son acotados:

- (a) $\{a_n \in \mathbb{R} \mid a_n = \frac{n+2}{n+1} \text{ con } n \in \mathbb{N}\}$.
- (b) $\{b_n \in \mathbb{R} \mid b_n = \frac{2n^2}{n^2+1} \text{ con } n \in \mathbb{N}\}$.
- (c) $\{c_n \in \mathbb{R} \mid c_n = n \text{ con } n \in \mathbb{N}\}$.
- (d) $\{d_n \in \mathbb{R} \mid d_n = \frac{1}{n} \text{ con } n \in \mathbb{N}\}$.

6. Determinar el conjunto de las cotas superiores y el de cotas inferiores de los siguientes conjuntos:

- (a) $A = (-1, 3] \cup \{5\}$.
- (b) $B = \{\frac{1}{2}, 0, \frac{3}{4}, 0, \frac{5}{6}, 0, \frac{7}{8}, 0, \dots\}$.
- (c) $C = \{\frac{1}{2}, 0, \frac{3}{4}, 0, \frac{5}{6}, 0, \frac{7}{8}, 0\}$.
- (d) $D = \{\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{4}, 2, \frac{5}{6}, 3, \frac{7}{8}, 4, \dots\}$.

7. Determinar el supremo, ínfimo, máximo y mínimo (cuando los haya) de los conjuntos del ejercicio anterior.

8. Hallar el supremo, ínfimo máximo y mínimo (cuando los haya) de los siguientes conjuntos:

(a) $\{x \in \mathbb{Q} \mid x < 2\}$.

(b) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x < 2\}$.

(c) $\{x \in \mathbb{R} \mid 3x^2 - 10x + 3 < 0\}$.

(d) $\{\frac{1}{n} \in \mathbb{R} \mid n \in \mathbb{N}\}$.