



Dpto. Matemática Aplicada

Matemáticas Básicas  
2003/2004

## Hoja nº 7: LÍMITES, CONTINUIDAD

1. Calcular los límites

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^4 - x^2 - x + 4) \quad \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1)^5 \quad \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 15) \quad \lim_{x \rightarrow 1} (x^3 + x^2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^2 - 1} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^2 - 1}{x} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 2} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1+x)^2 - 1}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{p_{x+1} - 2}{x - 3} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - p_{1-x^2}}{x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{p_{x+9} - 3}{x + 16} - 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{p_{x+1}}{x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{4x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

2. Calcular los límites

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + mx)^n - (1 + nx)^m}{x^2} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(ax)}{x(x - 2) \operatorname{tg}(bx)}$$

3. Calcular los límites

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{1 - \cos x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{p_{1 + \sin x} - p_{1 - \sin x}}{x}$$

4. Calcular los límites laterales donde se indica

(a)  $f(x) = \frac{x - 2}{|x - 2|}$  en  $x = 2$

(b)  $f(x) = \frac{x \sin x}{|x|}$  en  $x = 0$

(c)  $f(x) = \frac{|x|}{x^2 + x}$  en  $x = 0$

(d)  $f(x) = \frac{2(x - 1) + |x - 1|}{4(x - 1) - 3|x - 1|}$  en  $x = 1$

(e)  $f(x) = e^{\frac{|x|}{x}}$  en  $x = 0$

$$(f) f(x) = \frac{1 + e^{1-x}}{1 - e^{1-x}} \text{ en } x = 0$$

5. Estudiar la continuidad de las funciones

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x \geq 0 \\ x-1 & x < 0 \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & x < 1 \\ \frac{1}{x-1} & x \geq 1 \end{cases} \quad f(x) = \frac{x^2-1}{x^3+7x+8}$$

$$f(x) = \frac{\sin 2x}{x} \quad f(x) = \frac{x^3-1}{x-1}$$

6. Calcular el valor de a para que la función sea continua

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x \leq 1 \\ ax^2 & x > 1 \end{cases} \quad f(x) = \frac{x^3 + x^2 + x + a}{x-1}$$

7. Demostrar que las ecuaciones tienen, por lo menos, una solución

(a)  $x^3 - 3x + 1 = 0$

(b)  $3x - 2 = \cos x$

8. Demostrar que las ecuaciones  $\frac{1}{4}x = e$  y  $x = \cos x$  tienen una solución en  $(0; 1)$

9. Demostrar que la ecuación  $\sin x - x + 1 = 0$  tiene al menos una raíz.

10. Comprobar que todo polinomio de grado impar posee al menos una raíz real.