GRADO EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES

Ampliación de Matemáticas

Domingo Alcaraz Silvestre Paredes
Junio 2014-2015

APELLIDOS:____NOMBRE:__________________

1. (2 puntos) Resolver utilizando la transformada de Laplace la ED

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = 2 + (t-3)\, u_3(t), \\ y(0) = 2, \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

   Determinar $y(1)$ y $y(4)$ para la función $y(t)$ que satisface el problema de valor inicial.

2. Consideremos la función $f(t) = t^2$. Se pide:

   a) (1 punto)Determinar la serie de Fourier de la extensión periódica de $f(t)$ en el intervalo $[-\pi, \pi[$.

   b) (1 punto)Usar el desarrollo obtenido para verificar que $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \dfrac{1}{n^2} = \dfrac{\pi^2}{6}$.

3. (2 puntos) Resolver

$$\begin{cases} u_{tt} = c^2 u_{xx}, & t > 0, x \in (0,2) \\ u(0,x) = f(x) & 0 < x < 2 \\ u_t(0,x) = 0 & 0 < x < 2 \\ u(t,0) = 0 & t > 0 \\ u(t,2\pi) = 0 & t > 0 \end{cases}$$

   donde

$$f(x) = \begin{cases} x & x \in [0,1) \\ 2-x & x \in [1,2]. \end{cases}$$

4. (2 puntos) Resuelve el siguiente problema:

$$\begin{array}{ll} \text{Optimizar} & f(\mathbf{x}) = f(x,y,z) = x + y + z \\ \text{sujeto a} & (x-1)^2 + y^2 \le 2 \\ & (x-1)^2 + y^2 + 4z^2 \le 6 \end{array}$$

$f(t)$	$\mathcal{L}[f(t)](z)$	D_γ
$e^{wt}t^n$ para $n = 0, 1, 2, ...$y $w \in \mathbb{C}$	$\dfrac{n!}{(z-w)^{n+1}}$	$D_{\operatorname{Re} w}$
$e^{wt}\sin(\alpha t)$ $\alpha > 0$ y $w \in \mathbb{C}$	$\dfrac{\alpha}{(z-w)^2 + \alpha^2}$	$D_{\operatorname{Re} w}$
$e^{wt}\cos(\alpha t)$ $\alpha > 0$ y $w \in \mathbb{C}$	$\dfrac{z-w}{(z-w)^2 + \alpha^2}$	$D_{\operatorname{Re} w}$
$e^{wt}\sinh(\alpha t)$ $\alpha > 0$ y $w \in \mathbb{C}$	$\dfrac{\alpha}{(z-w)^2 - \alpha^2}$	$D_{\lvert\alpha\rvert + \operatorname{Re} w}$
$e^{wt}\cosh(\alpha t)$ $\alpha > 0$ y $w \in \mathbb{C}$	$\dfrac{z-w}{(z-w)^2 - \alpha^2}$	$D_{\lvert\alpha\rvert + \operatorname{Re} w}$