1. Escribe en lenguaje matemático las siguientes afirmaciones:

   a) Sea f una aplicación entre dos conjuntos X e Y. Diremos que f es inyectiva si y sólo si para todo par de elementos del conjunto inicial tales que su imagen es la misma, entonces los elementos son iguales.

   b) Sea f una aplicación entre dos conjuntos X e Y. Diremos que f es sobreyectiva si y sólo si para cada elemento y del conjunto de llegada existe un elemento x del conjunto de partida cuya imagen por f es igual a y.

2. Halla $X \cup Y$, $X \cap Y$, $X - Y$ e $Y - X$, en cada uno de los siguientes casos

   a) $X = \{1, 3, 6, 7\}, \quad Y = \{1, 5, 6\}$ b) $X = \left\{0, a, *, \sqrt{2}\right\}, \quad Y = \{*, a, 0\}$

   c) $X = \{1, 2, 3, 7\}, \quad Y = \{0, 5, 6\}$ d) $X = \{n \in \mathbb{N} | \quad n \text{ es par}\}, \ Y = \{n \in \mathbb{Z} | \quad 0 < n < 10\}$

3. Determina si las siguientes asignaciones son o no aplicaciones:

   a) A cada número real le asignamos su cuadrado.

   b) A cada número real le asignamos su raíz cuadrada.

   c) A cada número real le asignamos su cubo.

   d) A cada número real le asignamos su raíz cúbica.

   e) A cada español mayor de edad le asignamos su NIF.

   f) A cada persona le asignamos su tío.

4. Sea $f : \{1, 3, 6, 7\} \rightarrow \{2, 5, 4\}$, la aplicación definida por

$$f(1) = 5, \quad f(3) = 5, \quad f(6) = 4, \quad f(7) = 5$$

   Halla

   $\operatorname{Im}(f), \quad f(\{1, 3, 7\}), \quad f(\{6, 7\}), \quad f^{-1}(\{2, 5\}), \quad f^{-1}(\{4, 5\}), \quad f^{-1}(5), \quad f^{-1}(4), \quad f^{-1}(2).$

5. En cada uno de los siguientes casos, indica si la aplicación dada es inyectiva, suprayectiva y/o biyectiva

   a) $f:\{1,3,6\}\to\{2,3,5\}$ definida por $f(1)=3,\quad f(3)=5,\quad f(6)=2$
   b) $f:\{1,3,6\}\to\{2,3,5\}$ definida por $f(1)=5,\quad f(3)=5,\quad f(6)=2$
   c) $f:\{1,3,6\}\to\{0,2,3,5\}$ definida por $f(1)=3,\quad f(3)=5,\quad f(6)=3$
   d) $f:\{1,3,6\}\to\{0,2,3,5\}$ definida por $f(1)=3,\quad f(3)=5,\quad f(6)=0$
   e) $f:\{1,3,6\}\to\{2,5\}$ definida por $f(1)=2,\quad f(3)=5,\quad f(6)=2$
   f) $f:\{1,3,6,7\}\to\{2,4,5\}$ definida por $f(1)=5,\quad f(3)=5,\quad f(6)=4,\quad f(7)=5$
   g) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=3x-5$
   h) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=x^2$
   i) $f:\mathbb{R}-\{0\}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=1/x$
   j) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\operatorname{sen}x$
   k) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\begin{cases} e^{x} & \text{Si } x>0 \\ e^{-x} & \text{Si } x<0 \\ 0 & \text{Si } x=0\end{cases}$

6. En cada uno de los siguientes apartados, obtener las composiciones pedidas:

   a) $g\circ f$ y $f\circ g$ Siendo f y g definidas por $f(x)=2x,\quad g(x)=x^2, \forall x\in\mathbb{R}$

   b) $h\circ g\circ f$ Siendo f,g y h definidas por $\forall x\in\mathbb{R};\begin{cases} f(x)=x-1 \\ g(x)=x^2 \\ h(x)=x+2\end{cases}$

   c) $f^4=f\circ f\circ f\circ f$ Siendo f definida por $f(x)=2x-1,\quad \forall x\in\mathbb{R}$

7. Determina las inversas de las siguientes funciones:

   a) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ Siendo f definida por $f(x)=6x-5,\quad \forall x\in\mathbb{R}$
   b) $f:\mathbb{R}-\{-2\}\to\mathbb{R}-3$ Siendo f definida por $f(x)=\frac{9x-4}{3x+6}, \forall x\in\mathbb{R}-\{-2\}$

Soluciones:

1. Trivial.
2. Trivial.
3. (a) Sí. (b) No. (c) Sí. (d) Sí en los reales. (e) Sí. (f) No.
4. Trivial.
5. (a) Biyectiva, (b) No cumple nada; (c) No cumple nada; (d) Sólo inyectiva; (e) Sólo sobreyectiva; (f) No cumple nada; (g) Biyectiva; (h) No cumple nada; (i) Sólo inyectiva; (j) No cumple nada, (k) No cumple nada.
6. (a) $(g\circ f)(x)=4x^2$, $(f\circ g)(x)=2x^2$; (b) $(h\circ g\circ f)(x)=(x-1)^2+2$; (c) $\left(f^4\right)(x)=(f\circ f\circ f\circ f)=16x-15$.
7. (a) $f^{-1}(x)=\dfrac{x+5}{6}, \forall x\in\mathbb{R}$; (b) $f^{-1}(x)=\dfrac{6x+4}{9-3x}, \forall x\in\mathbb{R}-\{3\}$.
