

1. Determinar el rango de las siguientes matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 6 & 7 & 3 \\ 8 & 10 & 8 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} i & 0 & 5 \\ 6 & 1+i & 3 \\ 8 & 0 & 1-i \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 4 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 6 & 3 & -4 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} -i & -i \\ -i & i \end{pmatrix}$$

2. Hallar la inversa de la matriz A .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 3 & 4 & -2 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -i & -i \\ -i & i \end{pmatrix}$$

Comprueba el resultado.

3. Hallar el valor de los siguientes determinantes

$$(a) \begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 & 4 \\ 9 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 5 & 9 \end{vmatrix} \quad (b) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} \quad (c) \begin{vmatrix} 1-i & 2 & i \\ 1+i & 3-i & 1 \\ 0 & -i & i+2 \end{vmatrix}$$

4. Discutir y resolver, cuando sea posible, los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$(a) \begin{cases} x + 2y - z - 2t = 5 \\ -2x - 4y + 2z + 4t = -10 \\ y + t = 1 \\ x + 3y - z - t = 6 \\ x - z - 4t = 3 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} 2x - y + z = 5 \\ -3x + 2y + 2z = 0 \\ -x - 2y + 2z = 0 \\ x + y + z = 0 \\ 5x - 6y - 2z = 0 \end{cases} \quad (c) \begin{cases} x + 2y - 3z + t = 2 \\ 2x - y - z - t = 1 \\ -x + y + 2z - t = 0 \\ 3x + 2y - 4z - 3t = 1 \end{cases}$$

Soluciones:

1. $r(A) = 3; r(B) = 2; r(C) = 3, r(D) = 3, r(E) = 2, r(F) = 2$

2.

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -6 & -1 & -10 \\ 4 & 1 & 7 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \det(A) = -1$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{i}{2} & \frac{i}{2} \\ \frac{i}{2} & -\frac{i}{2} \end{pmatrix}, \quad \det(B) = 2$$

3. (a) -237 , (b) -10 , (c) $8 - 10i$

4. (a) Sistema compatible indeterminado, $s = (3 + \alpha + 4\beta, 1 - \beta, \alpha, \beta)$. (b) Sistema incompatible. (c) Sistema compatible determinado, solución $s = (2, 1, 1, 1)$.
