

1. Escribe en lenguaje matemático las siguientes afirmaciones:
 - a) Sea f una aplicación entre dos conjuntos X e Y . Diremos que f es inyectiva si y sólo si para todo par de elementos del conjunto inicial tales que su imagen es la misma, entonces los elementos son iguales.
 - b) Sea f una aplicación entre dos conjuntos X e Y . Diremos que f es sobreyectiva si y sólo si para cada elemento y del conjunto de llegada existe un elemento x del conjunto de partida cuya imagen por f es igual a y .
 - c) Dado un número complejo z no nulo, se define el logaritmo de z como el conjunto de números complejos cuya parte real es igual a logaritmo neperiano del módulo de z y cuya parte imaginaria es un argumento de z .
2. Halla $X \cup Y$, $X \cap Y$, $X - Y$ e $Y - X$, en cada uno de los siguientes casos
 - a) $X = \{1, 3, 6, 7\}$, $Y = \{1, 5, 6\}$
 - b) $X = \{0, a, *, \sqrt{2}\}$, $Y = \{*, a, 0\}$
 - c) $X = \{1, 2, 3, 7\}$, $Y = \{0, 5, 6\}$
 - d) $X = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ es par}\}$, $Y = \{n \in \mathbb{Z} \mid 0 < n < 10\}$
3. Determina si las siguientes asignaciones son o no aplicaciones:
 - a) A cada número real le asignamos su cuadrado.
 - b) A cada número real le asignamos su raíz cuadrada.
 - c) A cada número real le asignamos su cubo.
 - d) A cada número real le asignamos su raíz cúbica.
 - e) A cada español mayor de edad le asignamos su NIF.
 - f) A cada persona le asignamos su tío.
4. Sea $f : \{1, 3, 6, 7\} \rightarrow \{2, 5, 4\}$, la aplicación definida por

$$f(1) = 5, \quad f(3) = 5, \quad f(6) = 4, \quad f(7) = 5$$

Halla

$$\text{Im}(f), \quad f(\{1, 3, 7\}), \quad f(\{6, 7\}), \quad f^{-1}(\{2, 5\}), \quad f^{-1}(\{4, 5\}), \quad f^{-1}(5), \quad f^{-1}(4), \quad f^{-1}(2).$$

5. En cada uno de los siguientes casos, indica si la aplicación dada es inyectiva, suprayectiva y/o biyectiva

- a) $f : \{1, 3, 6\} \rightarrow \{2, 3, 5\}$ definida por $f(1) = 3, f(3) = 5, f(6) = 2$
 b) $f : \{1, 3, 6\} \rightarrow \{2, 3, 5\}$ definida por $f(1) = 5, f(3) = 5, f(6) = 2$
 c) $f : \{1, 3, 6\} \rightarrow \{0, 2, 3, 5\}$ definida por $f(1) = 3, f(3) = 5, f(6) = 3$
 d) $f : \{1, 3, 6\} \rightarrow \{0, 2, 3, 5\}$ definida por $f(1) = 3, f(3) = 5, f(6) = 0$
 e) $f : \{1, 3, 6\} \rightarrow \{2, 5\}$ definida por $f(1) = 2, f(3) = 5, f(6) = 2$
 f) $f : \{1, 3, 6, 7\} \rightarrow \{2, 4, 5\}$ definida por $f(1) = 5, f(3) = 5, f(6) = 4, f(7) = 5$
 g) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 3x - 5$
 h) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2$
 i) $f : \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 1/x$
 j) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \text{sen } x$
 k) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{Si } x > 0 \\ e^{-x} & \text{Si } x < 0 \\ 0 & \text{Si } x = 0 \end{cases}$

6. En cada uno de los siguientes apartados, obtener las composiciones pedidas:

a) $g \circ f$ y $f \circ g$ Siendo f y g definidas por $f(x) = 2x, g(x) = x^2, \forall x \in \mathbb{R}$

b) $h \circ g \circ f$ Siendo f, g y h definidas por $\forall x \in \mathbb{R}; \begin{cases} f(x) = x - 1 \\ g(x) = x^2 \\ h(x) = x + 2 \end{cases}$

c) $f^4 = f \circ f \circ f \circ f$ Siendo f definida por $f(x) = 2x - 1, \forall x \in \mathbb{R}$

7. Determina las inversas de las siguientes funciones:

a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ Siendo f definida por $f(x) = 6x - 5, \forall x \in \mathbb{R}$

b) $f : \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow \mathbb{R} - 3$ Siendo f definida por $f(x) = \frac{9x-4}{3x+6}, \forall x \in \mathbb{R} - \{-2\}$

Soluciones:

1. Trivial.

2. Trivial.

3. (a) Sí. (b) No. (c) Sí. (d) Sí en los reales. (e) Sí. (f) No.

4. Trivial.

5. (a) Biyectiva, (b) No cumple nada; (c) No cumple nada; (d) Sólo inyectiva; (e) Sólo sobreyectiva; (f) No cumple nada; (g) Biyectiva; (h) No cumple nada; (i) Sólo inyectiva; (j) No cumple nada, (k) No cumple nada.

6. (a) $(g \circ f)(x) = 4x^2, (f \circ g)(x) = 2x^2$; (b) $(h \circ g \circ f)(x) = (x - 1)^2 + 2$; (c) $(f^4)(x) = (f \circ f \circ f \circ f) = 16x - 15$.

7. (a) $f^{-1}(x) = \frac{x+5}{6}, \forall x \in \mathbb{R}$; (b) $f^{-1}(x) = \frac{6x+4}{9-3x}, \forall x \in \mathbb{R} - \{3\}$.